```
> restart:with(LinearAlgebra):
>
> # 1)
>
> T0_0:=<<1,0,0,0>|<0,0,0,1>|<0,1,0,0>|<0,0,1,0>>; # Umrechnung vom System S0_ auf das System S0
```

$$T0\_0 := \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

```
> # In der 1ten Spalte stehen die erweiterten Koordinaten des Punktes U0_ bezüglich S0
> # In der 2ten Spalte stehen die erweiterten Koordinaten des Einheitsvektors entlang der x0_ Achse bezüglich S0
> # In der 3ten Spalte stehen die erweiterten Koordinaten des Einheitsvektors entlang der y0_ Achse bezüglich S0
> # In der 4ten Spalte stehen die erweiterten Koordinaten des Einheitsvektors entlang der z0_ Achse bezüglich S0
>
>
> T4_4:=<<1,1,0,0>|<0,0,-1,0>|<0,1,0,0>|<0,0,0,1>>: # Umrechnung vom System S4_ auf das System S4
> # In der 1ten Spalte stehen die erweiterten Koordinaten des Punktes U4_ bezüglich S4
> # In der 2ten Spalte stehen die erweiterten Koordinaten des Einheitsvektors entlang der x4_ Achse bezüglich S4
> # In der 3ten Spalte stehen die erweiterten Koordinaten des Einheitsvektors entlang der y4_ Achse bezüglich S4
> # In der 4ten Spalte stehen die erweiterten Koordinaten des Einheitsvektors entlang der z4_ Achse bezüglich S4
>
> Tiim1_:=<<1,0,0,0>|<0,1,0,0>|<0,0,cos(theta),sin(theta)>|<0,0,-sin(theta),cos(theta)>>;
```

$$Tiim1\_ := \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ 0 & 0 & \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{bmatrix}$$

```
> Tj_j:=<<1,d,0,a>|<0,cos(alpha),sin(alpha),0>|<0,-sin(alpha),cos(alpha),0>|<0,0,0,1>>;
```

$$Tj\_j := \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ d & \cos(\alpha) & -\sin(\alpha) & 0 \\ 0 & \sin(\alpha) & \cos(\alpha) & 0 \\ a & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

```
> T10_:=subs(theta=theta1,Tiim1_):
> T21_:=subs(theta=theta2,Tiim1_):
```

```
> T32_:=subs(theta=theta3,Tiim1_):
> T43_:=subs(theta=theta4,Tiim1_):
>
> T1_1:=subs(a=a1,d=d1,alpha=alpha1,Tj_j):
> T2_2:=subs(a=a2,d=d2,alpha=alpha2,Tj_j):
> T3_3:=subs(a=a3,d=d3,alpha=alpha3,Tj_j):
>
> a1:=0:a2:=1:a3:=1:
> alpha1:=Pi/2:alpha2:=0:alpha3:=Pi/2:
> d1:=0:d2:=0:d3:=0:
>
> T4_0:=simplify(MatrixMatrixMultiply(MatrixMatrixMultiply(MatrixMatrixMultiply(MatrixMatrixMultiply(MatrixMatrixMultiply(MatrixMatrixMultiply(MatrixMatrixMultiply(T0_0,T10_),T1_1),T21_),T2_2),T32_),T3_3),T43_),T4_4));
```

$T4\_0 :=$

$[1, 0, 0, 0]$

$[-\sin(\theta 1)$
$(\cos(\theta 2) - \sin(\theta 2)\sin(\theta 3) + \cos(\theta 2)\cos(\theta 3) + \sin(\theta 2)\cos(\theta 3) + \cos(\theta 2)\sin(\theta 3))$,
$\cos(\theta 1)\cos(\theta 4) - \sin(\theta 4)\sin(\theta 1)\sin(\theta 2)\sin(\theta 3) + \sin(\theta 4)\sin(\theta 1)\cos(\theta 2)\cos(\theta 3)$,
$-\sin(\theta 1)(\cos(\theta 2)\sin(\theta 3) + \sin(\theta 2)\cos(\theta 3))$,
$\cos(\theta 1)\sin(\theta 4) + \cos(\theta 4)\sin(\theta 1)\sin(\theta 2)\sin(\theta 3) - \cos(\theta 4)\sin(\theta 1)\cos(\theta 2)\cos(\theta 3)]$

$[\cos(\theta 1)$
$(\cos(\theta 2) - \sin(\theta 2)\sin(\theta 3) + \cos(\theta 2)\cos(\theta 3) + \sin(\theta 2)\cos(\theta 3) + \cos(\theta 2)\sin(\theta 3))$,
$\sin(\theta 1)\cos(\theta 4) + \sin(\theta 4)\cos(\theta 1)\sin(\theta 2)\sin(\theta 3) - \sin(\theta 4)\cos(\theta 1)\cos(\theta 2)\cos(\theta 3)$,
$\cos(\theta 1)(\cos(\theta 2)\sin(\theta 3) + \sin(\theta 2)\cos(\theta 3))$,
$\sin(\theta 1)\sin(\theta 4) - \cos(\theta 4)\cos(\theta 1)\sin(\theta 2)\sin(\theta 3) + \cos(\theta 4)\cos(\theta 1)\cos(\theta 2)\cos(\theta 3)]$

$[\sin(\theta 2) + \cos(\theta 2)\sin(\theta 3) + \sin(\theta 2)\cos(\theta 3) - \cos(\theta 2)\cos(\theta 3) + \sin(\theta 2)\sin(\theta 3)$,
$-(\cos(\theta 2)\sin(\theta 3) + \sin(\theta 2)\cos(\theta 3))\sin(\theta 4)$, $-\cos(\theta 2)\cos(\theta 3) + \sin(\theta 2)\sin(\theta 3)$,
$(\cos(\theta 2)\sin(\theta 3) + \sin(\theta 2)\cos(\theta 3))\cos(\theta 4)]$

```
>
> # Probe
> simplify(subs(theta1=0,theta2=Pi/2,theta3=Pi/2,theta4=0,T4_0));
```

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & -1 \\ 2 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

```
> # In der 1ten Spalte stehen die erweiterten Koordinaten des Punktes U4_ bezüglich S0
> # In der 2ten Spalte stehen die erweiterten Koordinaten des Einheitsvektors entlang der x4_ Achse bezüglich S0
> # In der 3ten Spalte stehen die erweiterten Koordinaten des Einheitsvektors entlang der y4_ Achse bezüglich S0
```

```
> # In der 4ten Spalte stehen die erweiterten Koordinaten des
  Einheitsvektors entlang der z4_ Achse bezüglich S0
> # ist ok.
>
>
> # 2)
>
> T20:=simplify(MatrixMatrixMultiply(MatrixMatrixMultiply(MatrixMa
  trixMultiply(T0_0,T10_),T1_1),T21_)):
> T30:=simplify(MatrixMatrixMultiply(MatrixMatrixMultiply(MatrixMa
  trixMultiply(MatrixMatrixMultiply(MatrixMatrixMultiply(T0_0,T10_
  ),T1_1),T21_),T2_2),T32_)):
> T40:=simplify(MatrixMatrixMultiply(MatrixMatrixMultiply(MatrixMa
  trixMultiply(MatrixMatrixMultiply(MatrixMatrixMultiply(MatrixMat
  rixMultiply(MatrixMatrixMultiply(T0_0,T10_),T1_1),T21_),T2_2),T3
  2_),T3_3),T43_)):
>
> # Berechne mir die Speerkoordinaten (pi,pi_) der vier Achsen
  mittel Einheitsvektor pi in Achsenrichtung
> # und einem Punkt si auf der Achse.
>
> p1:=<0,0,1>: s1:=<0,0,0>: p1_:=CrossProduct(s1,p1):
>
> hp2:=MatrixVectorMultiply(T20,<0,1,0,0>):
  hs2:=MatrixVectorMultiply(T20,<1,0,0,0>):
> p2:=hp2[2..4]: s2:=hs2[2..4]: p2_:=CrossProduct(s2,p2):
>
> hp3:=MatrixVectorMultiply(T30,<0,1,0,0>):
  hs3:=MatrixVectorMultiply(T30,<1,0,0,0>):
> p3:=hp3[2..4]: s3:=hs3[2..4]: p3_:=CrossProduct(s3,p3):
>
> hp4:=MatrixVectorMultiply(T40,<0,1,0,0>):
  hs4:=MatrixVectorMultiply(T40,<1,0,0,0>):
> p4:=hp4[2..4]: s4:=hs4[2..4]: p4_:=CrossProduct(s4,p4):
>
> J:=simplify(<<p1,p1_>|<p2,p2_>|<p3,p3_>|<p4,p4_>>);
```

$$J := \begin{bmatrix} 0 & \cos(\theta 1) & \cos(\theta 1) & -\sin(\theta 1)\,(\cos(\theta 2)\sin(\theta 3)+\sin(\theta 2)\cos(\theta 3)) \\ 0 & \sin(\theta 1) & \sin(\theta 1) & \cos(\theta 1)\,(\cos(\theta 2)\sin(\theta 3)+\sin(\theta 2)\cos(\theta 3)) \\ 1 & 0 & 0 & -\cos(\theta 2)\cos(\theta 3)+\sin(\theta 2)\sin(\theta 3) \\ 0 & 0 & -\sin(\theta 1)\sin(\theta 2) & -\cos(\theta 1)\,(1+\cos(\theta 3)) \\ 0 & 0 & \cos(\theta 1)\sin(\theta 2) & -\sin(\theta 1)\,(1+\cos(\theta 3)) \\ 0 & 0 & -\cos(\theta 2) & 0 \end{bmatrix}$$

```
> Rank(J);
```

$$4$$

```
>
> # Ist der 4R Roboter bei theta1=0,theta2=Pi,theta3=Pi,theta4=0
```

```
singulär oder regulär?
> simplify(subs(theta1=0,theta2=Pi,theta3=Pi,theta4=0,J));
```

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

```
> Rank(%);
```

$$3$$

```
> # <==> somit verschwinden alle 4x4 Unterdeterminanten
> # In dieser Lage sind bis auf die Orientierung die erste und
  vierte Achse ident.
>
>
> # 3)
>
> Wgv:=<omega1,omega2,omega3,omega4>: #
  Winkelgeschwindigkeitsvektor
> Momentanschraube40:=MatrixVectorMultiply(J,Wgv);
```

$$\mathit{Momentanschraube40} := \begin{bmatrix} \cos(\theta 1)\,\omega 2 + \cos(\theta 1)\,\omega 3 - \sin(\theta 1)\,(\cos(\theta 2)\sin(\theta 3) + \sin(\theta 2)\cos(\theta 3))\,\omega 4 \\ \sin(\theta 1)\,\omega 2 + \sin(\theta 1)\,\omega 3 + \cos(\theta 1)\,(\cos(\theta 2)\sin(\theta 3) + \sin(\theta 2)\cos(\theta 3))\,\omega 4 \\ \omega 1 + (-\cos(\theta 2)\cos(\theta 3) + \sin(\theta 2)\sin(\theta 3))\,\omega 4 \\ -\sin(\theta 1)\sin(\theta 2)\,\omega 3 - \cos(\theta 1)\,(1 + \cos(\theta 3))\,\omega 4 \\ \cos(\theta 1)\sin(\theta 2)\,\omega 3 - \sin(\theta 1)\,(1 + \cos(\theta 3))\,\omega 4 \\ -\cos(\theta 2)\,\omega 3 \end{bmatrix}$$

```
>
>
>
>
>
```