

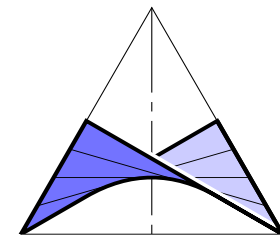
ON THE COLLECTION OF KINEMATIC MODELS
AT THE INSTITUTE OF DISCRETE MATHEMATICS AND GEOMETRY,
VIENNA UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

Georg Nawratil

www.geometrie.tuwien.ac.at/nawratil



Joint Work with Anja **Gerstendorfer**
and Marta **Tükör**



Outline of the Talk

1. Kinematic Tradition at TU Vienna
2. Types of Kinematic Flexibility
3. Existing Registers/Catalogues
4. The Kinematic Showcase
5. Online-Catalogues of Kinematic Models
6. Conclusion, Acknowledgments & References

1. Kinematic Tradition at TU Vienna

Geometry has always constituted an area of strength in the history of TU Vienna through a connection of pure research with applications in science and technology.

Therefore also kinematics, the science of motion, has a long standing tradition at this university, as it proves the theoretical basis for the analysis and synthesis of mechanisms.

In this context the following **heads of the Chair/ Institute for Geometry** should be pointed out [1]:



1. Kinematic Tradition at TU Vienna

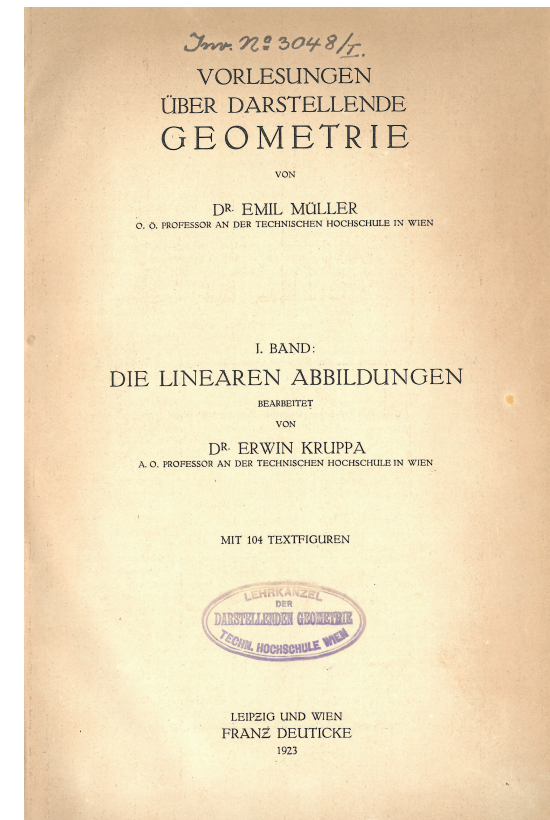
- 1902–1927 Emil A. Müller (1861*–1927[†])

Müller E., Kruppa E.: Vorlesungen über Darstellende Geometrie, I. Leipzig-Wien, 1923

Section 3 is devoted to the kinematic mapping of Blaschke & Grünwald

3. Kapitel.
Eine Abbildung der ebenen Bewegungen auf den Punktraum.
(Kinematische Abbildung von Blaschke und Grünwald.)

71. Kinematische Abbildung der Geraden und des Punktes	240
72. Kinematische Abbildung der Ebene und des Strahlbüschels	244
73. Lösung der Grundaufgaben	246
74. Der Komplex der Strahlen gleicher Spanne	249
75. Die Strahlnetze, die sich als Affinitäten (Ähnlichkeiten) abbilden	251
76. Links- und Rechtsparallelismus	253
77. Die mit der Abbildung verknüpfte quasielliptische Geometrie	255
78. Kinematische Abbildung der Regelflächen 2.O.	262
79. Kinematische Abbildung von Torsen und Strahlkongruenzen	264
80. Kinematische Abbildung kontinuierlicher ebener Bewegungen	272
81. Übungsbeispiele	275



1. Kinematic Tradition at TU Vienna

- **1939–1945 & 1957–1969**
Josef Krames (1897*–1986⁺)

Krames J.: Darstellende und Kinematische Geometrie für Maschinenbauer. Wien, 1947

Section 7 and 8 are devoted to planar and spatial kinematics, respectively.

13 single-authored kinematic publications; most of them are in the context of *line-symmetric motions* (*Symmetrische Schrotung* in German) [2].



1. Kinematic Tradition at TU Vienna

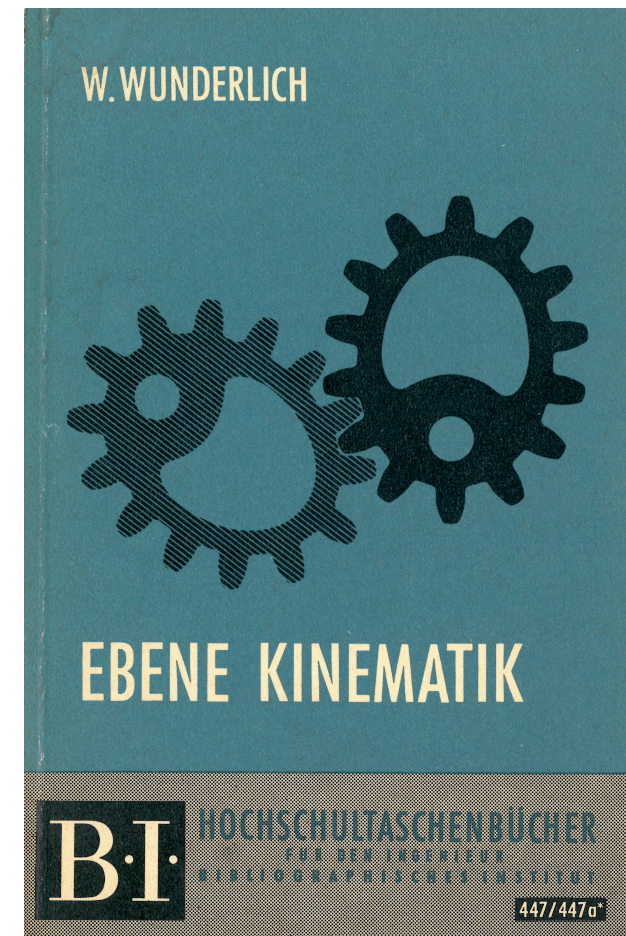
- **1946–1980 Walter Wunderlich** (1910^{*}–1998[†])

Wunderlich W.: Ebene Kinematik. Mannheim, 1970

Up to 70 single-authored kinematic publications [3,4,5] ranging from kinematic generated curves/surfaces over gearing applications to the kinematic flexibility of (overconstrained) structures.

International breakthrough as a kinematician; e.g.:

- Visiting professor for kinematics at the *Washington State University* in 1970
- Honorary editor of the IFToMM Journal *Mechanism and Machine Theory*



1. Kinematic Tradition at TU Vienna

- **1980–2011 Hellmuth Stachel (1942*)**

More than 70 single-authored kinematic publications [6]; mostly dealing with the theory of gearing or flexibility of structures; e.g.:

Stachel H.: Zur Einzigkeit der Bricardschen Oktaeder. J. Geom. 28, 1987

- **1991–2018 Helmut Pottmann (1959*)**

More than 40 kinematic publications [7] incl. the exhaustive survey article (363 references):

Pottmann H.: Kinematische Geometrie. In: Geometrie und ihre Anwendungen, 1994



Hellmuth Stachel (2012)

1. Kinematic Tradition at TU Vienna

Further faculty member's working in the field of kinematics [8,9]:

★ **1927–1938 Anton Ernst Mayer** (1903*–1942[†])

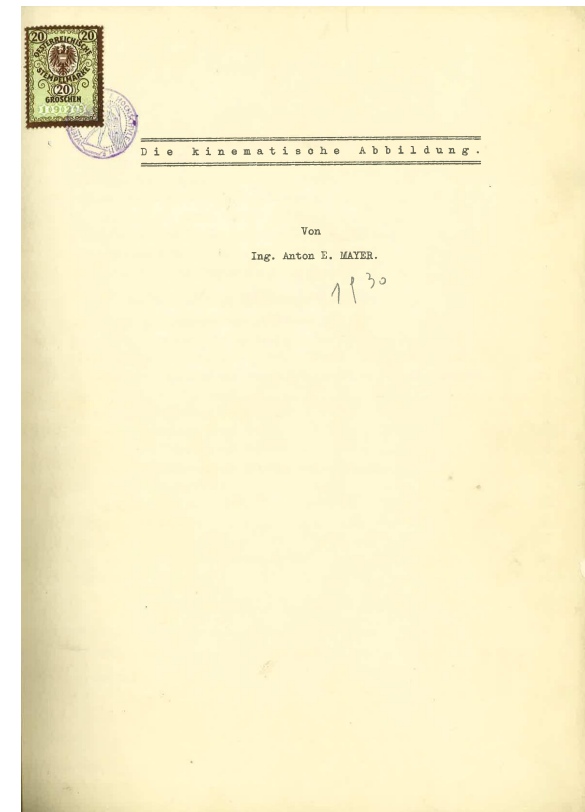
Beside a few publications in the context of milling he wrote following theses:

Mayer A.E.: Die kinematische Abbildung. Dissertation, 1930 (Referees: E. Kruppa, L. Eckhart)

Moreover his habilitation (thesis, 1938) based on

Mayer A.E.: Koppelkurven mit drei Spitzen und spezielle Koppelkurvenbüschel. Math. Z. 43, 1937

was deprived by the National-Socialists [10,11].



1. Kinematic Tradition at TU Vienna

★ 1927–1941 & 1948–1957
Rudolf Bereis (1903*–1966[†])

During his time in Vienna he published 7 kinematic articles; i.e.

Bereis R.: Aufbau einer Theorie der ebenen Bewegungen mit Verwendung komplexer Zahlen, Österr. Ing. Arch. 5, 1951

which was inspired by Wunderlich [12]. In 1957 he became Professor for Geometry at TU Dresden and he took the so-called *Gummifadendoppelkegelrotor* model with him [13].



Photos by courtesy of
D. Lordick [13]

1. Kinematic Tradition at TU Vienna

★ **1927–1942 Karl Strubecker** (1904^{*}–1991[†])

During his time in Vienna he published a dozen of single-authored kinematic articles dealing with

- Study's representation of Euclidean motions (incl. applications)
- Non-Euclidean kinematics and associated kinematic surfaces; e.g.:

Strubecker K.: Über Flächen mit zweigliedriger nichteuklidischer Bewegungsgruppe. Mh. Math. Phys. 44, 1936

In 1942 he became Professor in Strasbourg [14].



1. Kinematic Tradition at TU Vienna

★ 1951–1989 Wilhelm Fuhs (1924^{*}–2016[†])

Wunderlich's Chief Assistant was responsible for the planing of the kinematic showcase [15] and he published one kinematic article.

★ 1949–1990 Wolfgang Ströher (1925^{*}–2018[†])

One kinematic publication and the following unpublished kinematic book (announced in the preface of Wunderlich's kinematic book):

Ströher W.: Sphärische und Räumliche Kinematik. 1973



Eine anschließende Darstellung der sphärischen und räumlichen Kinematik, der in der letzten Zeit steigendes Interesse zugewendet wird, hat mein Mitarbeiter Prof. Dr. W. STRÖHER übernommen.

Wien, im Dezember 1968

W. WUNDERLICH

1. Kinematic Tradition at TU Vienna

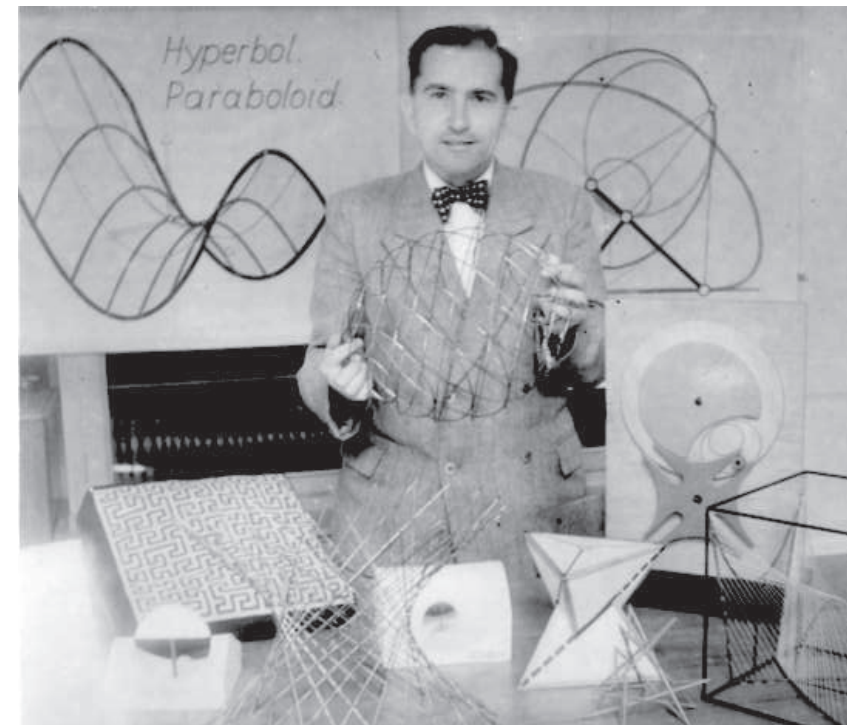
- ★ **1949–1979 Walter Kautny** (1927^{*}–1979[†]): Two kinematic publications; e.g.:
Kautny W.: Zur Geometrie des harmonischen Umschwungs. Monatsh. Math. 60, 1956
- ★ **1967–2004 Walther Jank** (1939^{*}–2016[†]): 9 kinematic publications [16]; e.g.:
Jank W.: Zur Kinematik des Kniegelenks. Ber. math. stat. Sektion Graz 148, 1980
- ★ **1979–2006 Wolfgang Rath** (1955^{*}–2006[†]): 12 kinematic publications [17]; e.g.:
Rath W.: Darboux Motions in Threedimensional Projective Space, Sitzungsber. Österr. Akad. Wiss. Math.-Natur. Kl. II 201, 1992

2. Types of Kinematic Flexibility

Due to this long standing kinematic tradition at TU Vienna, the *Institute of Discrete Mathematics and Geometry* possesses an extensive collection of kinematic models.

Its highest increase was recorded during the professorship of Walter Wunderlich.

One of the main foci of cataloguing was the model's classification concerning their type of kinematic flexibility.

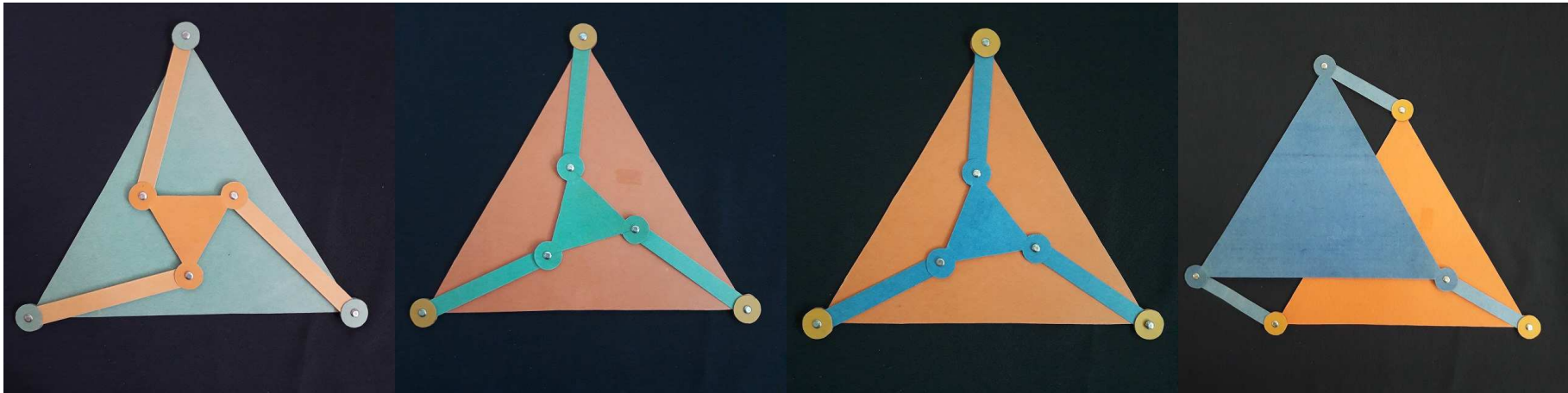


Walter Wunderlich [3]

2. Types of Kinematic Flexibility

The borderline between continuous flexibility and rigidity of structures (frameworks or polyhedra) is not strict, as there can be different levels of flexibility [18,19].

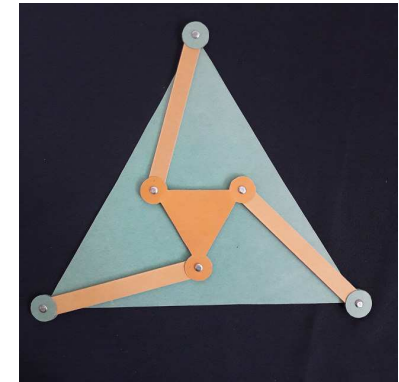
For the study of the flexibility of a structure, one computes the solutions of a system of equations, which describes how the elements of the structure (bars or faces) can be assembled. The following four cases can be distinguished:



2. Types of Kinematic Flexibility

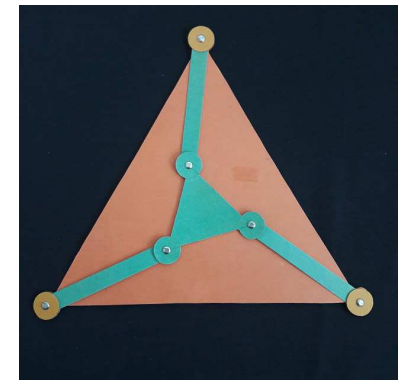
- **One solution or more incongruent solutions, which are *far enough away from each other***

The resulting structure is called **rigid**: Whether there exist one/more solution/s it is called **globally/locally** rigid.



- **Incongruent solutions, which are *close enough to each other***

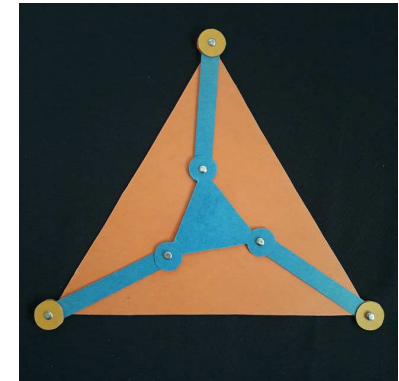
Due to non-destructive deformations of material and/or joint clearances the physical models can **snap/flip** between these solutions. These structures are also called **multi-stable**.



2. Types of Kinematic Flexibility

- **Solution with a multiplicity of $n > 1$**

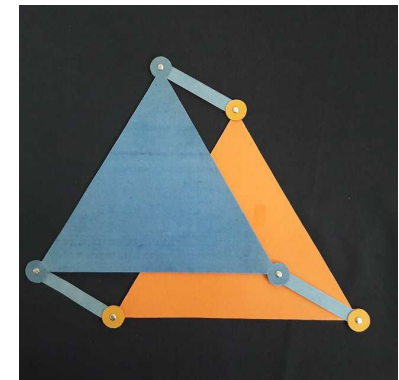
The corresponding configuration of the structure is called **shaky** or **infinitesimal flexible** of order $(n - 1)$. Due to imprecision and slight bending of the material these physical models have a flexion, which is limited within a certain neighborhood (size depends on the order; cf. [20]).



- **Infinitely many incongruent solutions**

The structure is called **mobile** or **continuous flexible**.

The following two examples should demonstrate that the determination of the type of flexibility can be very tricky.



2. Types of Kinematic Flexibility

Example 1: Four-horn (Vierhorn in German)

This polyhedron, presented by [Caspar Schwabe](#) at the science exposition *Phänomene* 1984 in Zürich, was falsely claimed to be continuous flexible. However, it is only snapping between one spatial pose and two planar ones which are shaky in addition [19,21,22]. This phenomenon is known also as *model flexibility*.

Remark: Due to the *bellows conjecture* (proven by I.Kh. Sabitov [23] in 1996) it can easily be seen that the four-horn is not continuous flexible.

Moreover, the four-horn demonstrate that a model can poses different types of flexibility simultaneously.



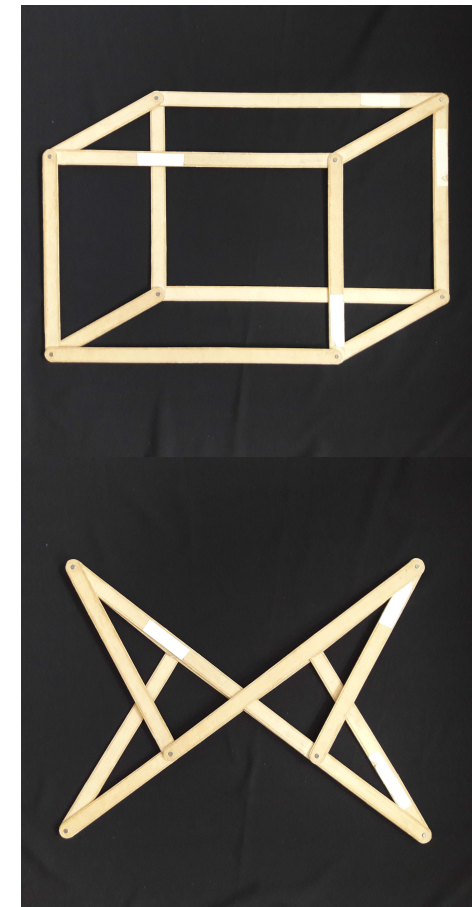
2. Types of Kinematic Flexibility

In this context also the phenomenon of *kinematotropy* [24] should be explained on the basis of the next example.

Example 2: Wunderlich's 12-bar mechanism

In detail, one can distinguish 5 motion modes (labeled by Roman numerals according to [25]), which have either a 1-dim or 2-dim mobility.

- Upper figure: Assembly mode I (0 anti-parallelograms; 2-dim mobility)
- Lower figure: Transition configuration between assembly mode IV (4 anti-parallelograms; 1-dim mobility) and V (6 anti-parallelograms; 2-dim mobility).



3. Existing Registers/Catalogues

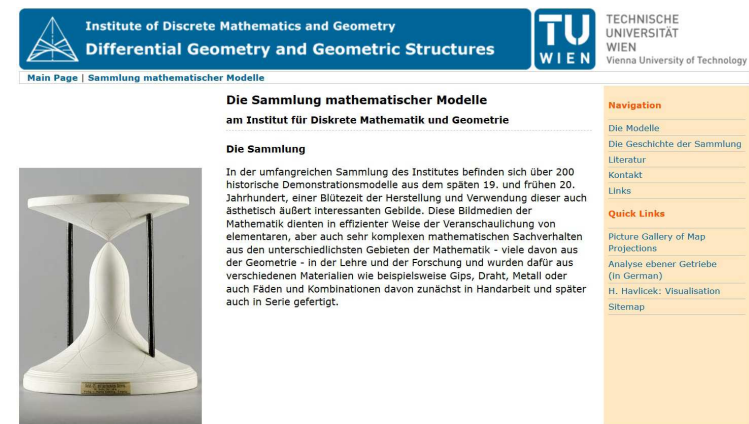
The online-catalogues of the planar/spatial kinematic models were based on the following existing registers/catalogues:



Inventory registers



Model-catalogues
I, II, III



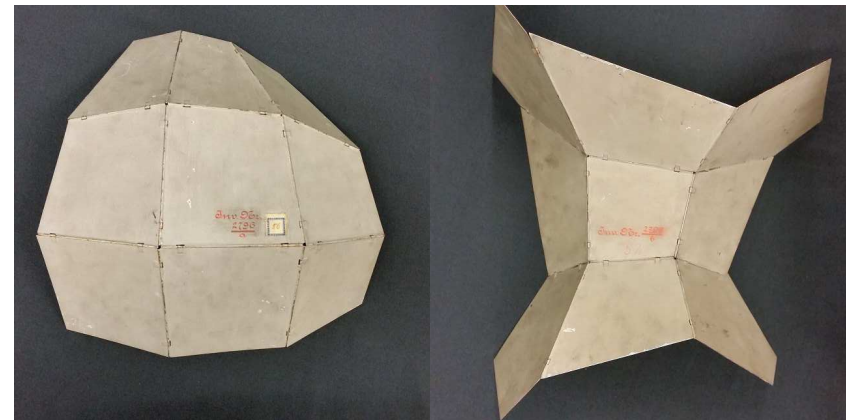
Online-catalogue of
mathematical models

3. Existing Registers/Catalogues

Inventory registers

Inv.-Nummern	Beschreibung des Gegenstandes	Manifikationsart	Preis Streu- K. l.	Anmerkungen
2794 a, b, c	Modell einer abwickelbaren Scherenfläche mit zugehöri- gem Zylinder.	J. von S. Pöschel, Uelzig 1. Sohn, Wien No. Hildegasse 8	150 67	
2795 1-14	Raumkurven dritter Ordnung 14 Drahtmodelle der Kurven mit ihren Asymptoten. (H. Wieners Sammlung mathe- matischer Modelle II. Reihe B. 337)		45 -	
2795	Räumliche Ellipse (Nr. 337)		M 45 -	
2795	Räumliche Hyperbel (Nr. 338)			
2795	Räumliche hyperbolische Parabel (Nr. 339)			
2795	Räumliche Parabel (Nr. 340)			
2796 a, b	2 Gelenkvielfläche zur Theorie der Biegung der Flächen (Bewegliche Blechmodelle aus H. Wieners Sammlung mathe- matischer Modelle II. Reihe B.)	Verlagshandlung D. G. Teubner Leipzig, Poststr. 3.		
2796 a	Kuppenförmiges Neinflach (Nr. 137)		. 12 -	
2796 b	Sattelförmiges Neinflach (Nr. 137 B)		. 12 -	
2797	Urne (Drahtmodell der Dreh- fläche einer Kreislinie affiner Meridiankurve nebst Uebg. zur u. Handgriff, Höhe 20cm, großer Durchmesser 27cm, aus H. Wieners Sammlg II. Reihe B. 338)		M 62 -	
2798	Kuppe (Bewegliches Blechmodell aus 25 Flächen (Torusche Fläche) zur Theorie der Biegung der Flä- chen) (Wieners Sammlg II. Reihe, Nr. 339)		2% Stahl 1, 31	
2799 a, b, c	Das geschränkte Gelenk (Gelenk- modell)		M 67, 68 79 66 Porlo 40	
		D. G. Teubner, Leipzig, Poststr. 3.	M 65 -	
			. 40 -	
			M 105 - 1005 70	

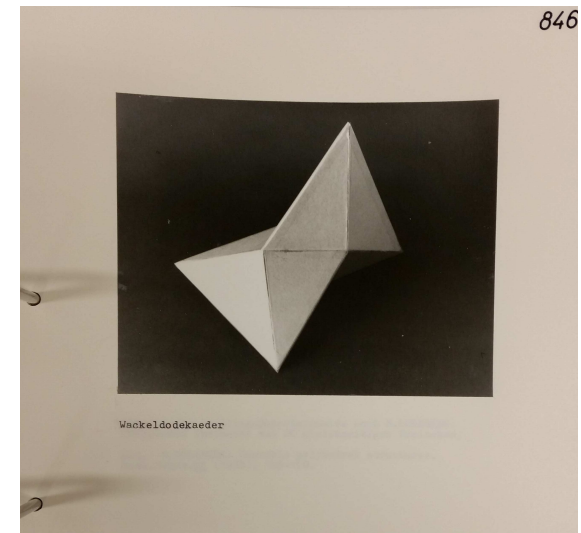
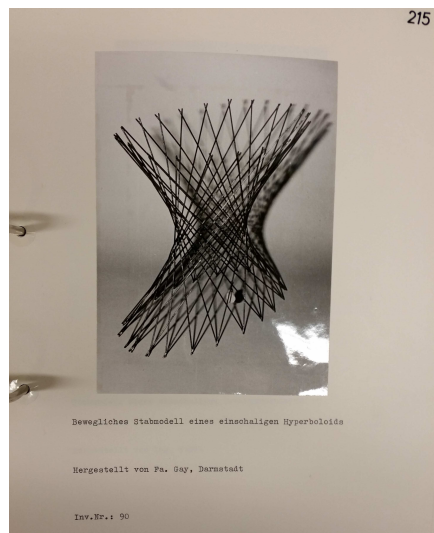
$\frac{4}{2796}$ a, b	2 Gelenkvielfläche zur Theorie der Biegung der Flächen. (Bewegliche Blechmodelle aus H. Wieners Sammlung mathe- matischer Modelle II. Reihe B.)
2796 a	Kuppenförmiges Neinflach (Nr. 137)
$\frac{2}{2796}$ b	Sattelförmiges Neinflach (Nr. 137 B)



3. Existing Registers/Catalogues

Model-catalogues I, II, III (Wilhelm Fuhs et al by order of Walter Wunderlich)

In these three A4 ring binders the *mathematical models* are listed with respect to different geometric areas (e.g. projective/differential/kinematic geometry). This card index is not complete (e.g. both flexible Voss surfaces are not included) and the entries differ in the level of information.



3. Existing Registers/Catalogues

Online-catalogue of mathematical models

In 2008 [Hellmuth Stachel](#) initialized a new inventory of the collection of *mathematical models*, which was executed by [Michael Rottmann](#).

This scientific revision focusing on the plaster-, string- and wire-models resulted in an online-catalogue with 127 entries available under:

`www.geometrie.tuwien.ac.at/modelle`

This online-catalogue also served as a template for the online presentation of the kinematic models.





Die Sammlung mathematischer Modelle am Institut für Diskrete Mathematik und Geometrie

Die Sammlung

In der umfangreichen Sammlung des Institutes befinden sich über 200 historische Demonstrationsmodelle aus dem späten 19. und frühen 20. Jahrhundert, einer Blütezeit der Herstellung und Verwendung dieser auch ästhetisch äußerst interessanten Gebilde. Diese Bildmedien der Mathematik dienen in effizienter Weise der Veranschaulichung von elementaren, aber auch sehr komplexen mathematischen Sachverhalten aus den unterschiedlichsten Gebieten der Mathematik - viele davon aus der Geometrie - in der Lehre und der Forschung und wurden dafür aus verschiedenen Materialien wie beispielsweise Gips, Draht, Metall oder auch Fäden und Kombinationen davon zunächst in Handarbeit und später auch in Serie gefertigt.



Copyright © 1996-2012 by Differential Geometry and Geometric Structures. All rights reserved.
Last modified on August 1st, 2012.

Navigation

[Die Modelle](#)

[Die Geschichte der Sammlung](#)

[Literatur](#)

[Kontakt](#)

[Links](#)

Quick Links

[Picture Gallery of Map Projections](#)

[Analyse ebener Getriebe \(in German\)](#)

[H. Havlicek: Visualisation](#)

[Sitemap](#)



Die Sammlung mathematischer Modelle am Institut für Diskrete Mathematik und Geometrie

vor >>

Ergebnisseiten:

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10
11 12 13 14 15 16 17 18
19 20 21 22 23 24 25 26
27 28 29 30 31 32 33 34
35 36
zur Übersicht



Rotationsfläche einer kubischen Parabel

[Details](#)



Rotationsfläche einer Parabel

[Details](#)



Rotationsfläche einer logarithmischen Spirale

[Details](#)

Navigation

[Die Modelle](#)

[Die Geschichte der Sammlung](#)

[Literatur](#)

[Kontakt](#)

[Links](#)

Quick Links

[Sitemap](#)



Die Sammlung mathematischer Modelle am Institut für Diskrete Mathematik und Geometrie

Rotationsfläche einer kubischen Parabel (#1)

Beschreibung:
Rotationsfläche, entstanden durch
Umdrehung der kubischen Parabel um eine
Parallele zur Wendetangente. Gleichung der
Fläche $z^3 = a^3(r-a)$.

Fachgebiete:
Differentialgeometrie, Analytische Geometrie
Kataloge:
Martin Schilling, Catalog mathematischer
Modelle, 7. Auflage, Leipzig 1911, S.22 und
S.140

Katalognummer: X.10h
Vertrieb und Hersteller:
Verlagshandlung Martin Schilling Leipzig;
G. Herting bzw H. Sievert (München)
Veröffentlichungsdatum: 1885

Material und Maße: (h x b x t)
Gips, Metallstäbe
18.0 x 19.0 x 0.0 cm, 1111.7 Gramm



[vor >>](#)
[zur Übersicht](#)

Navigation

- [Die Modelle](#)
- [Die Geschichte der Sammlung](#)
- [Literatur](#)
- [Kontakt](#)
- [Links](#)

Quick Links

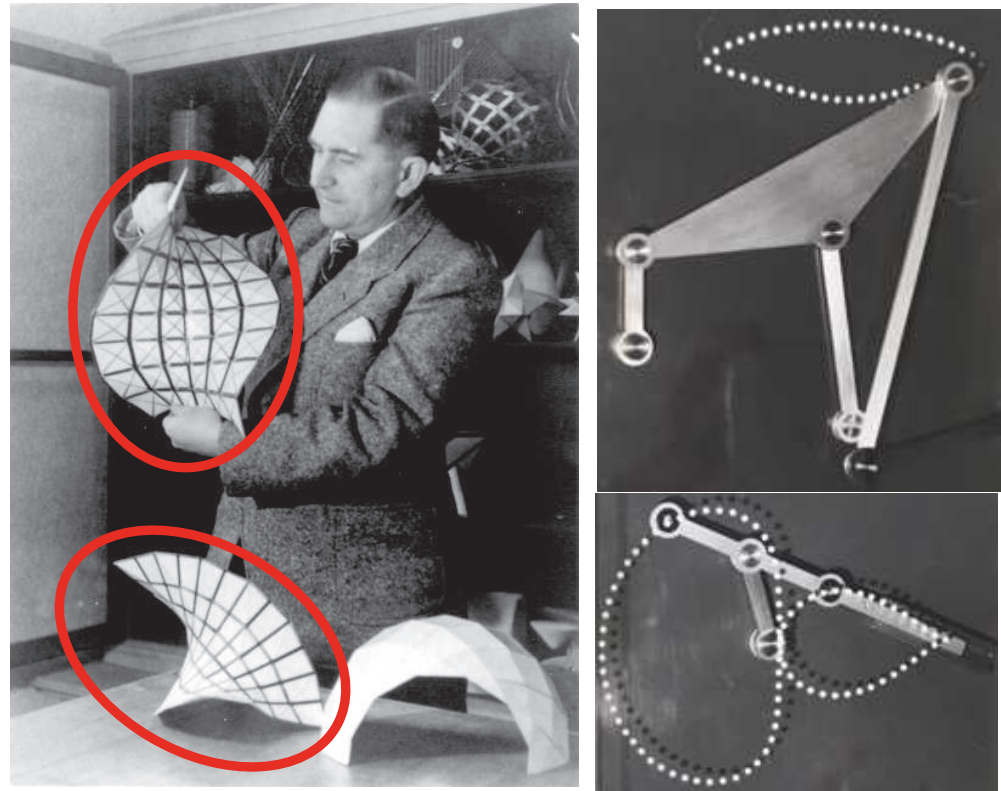
- [Sitemap](#)

3. Existing Registers/Catalogues

Missing kinematic models

The missing of kinematic models was detected by the inventory; e.g.:

- two flexible Kokosakis' meshes evidenced by a photo [3],
- two removable models of the kinematic showcase, evidenced by the model-catalogues I, II, III.



Walter Wunderlich [3]

4. The Kinematic Showcase

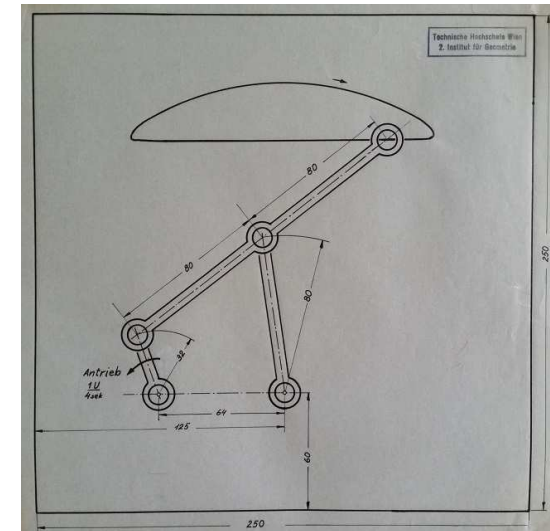
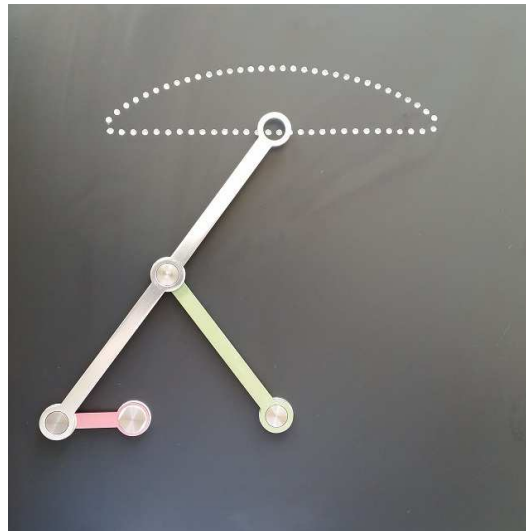
In 1967 the kinematic showcase was put into operation based on an idea of Walter Wunderlich, who was inspired by impressions received during visits to the Technical Universities of Berlin and Dresden. It was motivated as follows [15]:

”...An introduction to this important discipline (kinematic) forms the basis of the various practical applications of the science of mechanisms. Such introduction has for a long time been given to the students of mechanical engineering ... as part of the lectures and tutorials in descriptive geometry. In view of the fact that the students in these classes are in their first year, there is a definite need for visual demonstration material.”



4. The Kinematic Showcase

The kinematic showcase, which was built by the *Wiener Schwachstromwerke* based on plans of [Wilhelm Fuhs](#), is very well documented [15].



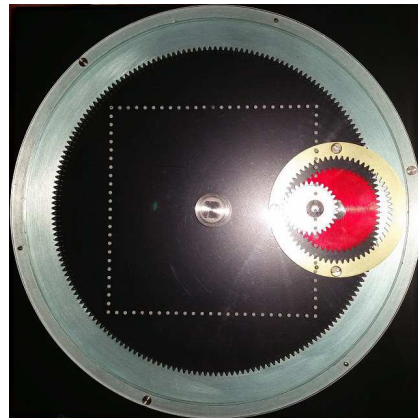
It should be noted that the showcase can be rearranged due to the removability of the models. The 20 compartments of the showcase can be filled by an arbitrary selection of the existing 29 model elements (beside the two missing elements).

4. The Kinematic Showcase

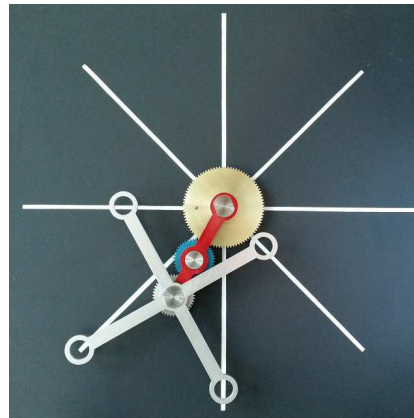
The following four models have been on exhibition in the Austrian Pavilion of the World Exhibition 1967 in Montreal [15].



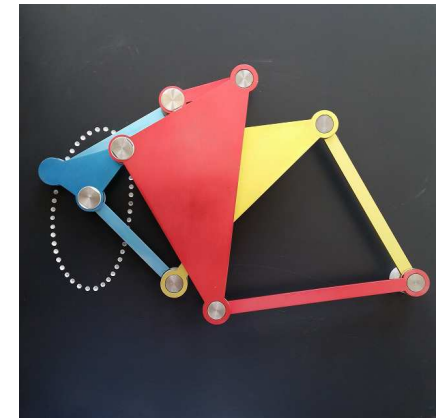
Approximate
straight-line
mechanism



Approximation
of a square

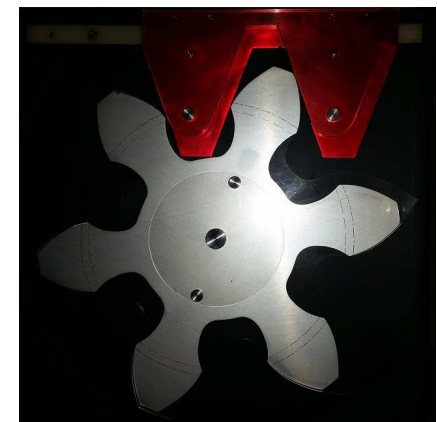
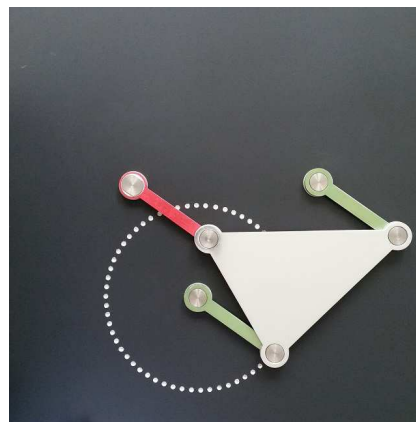
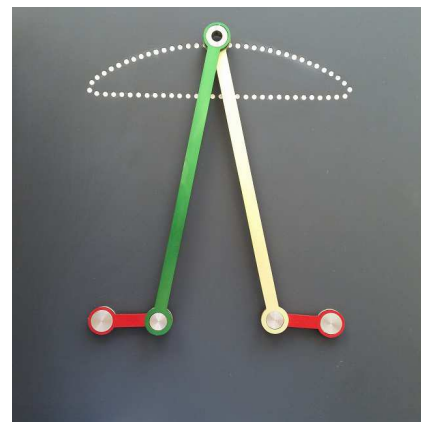
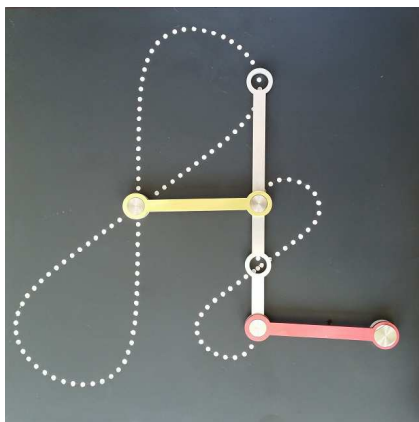
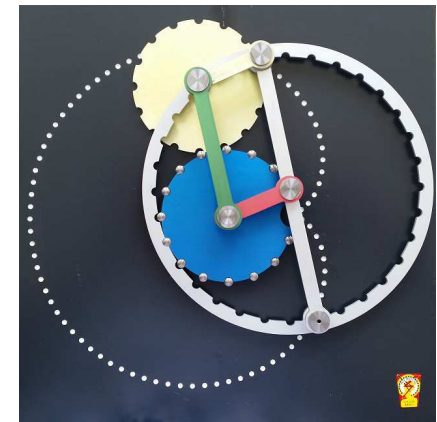
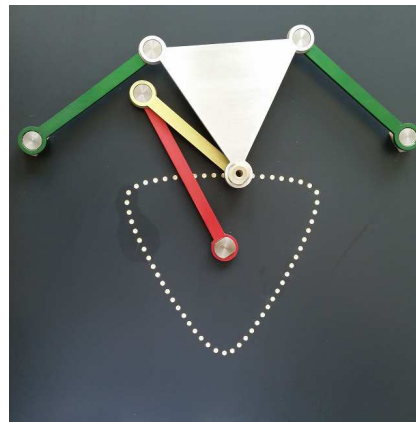
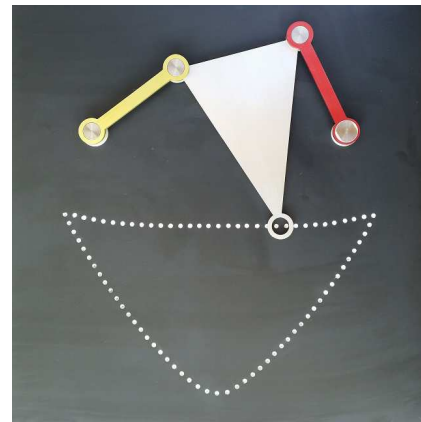


Elliptical movement

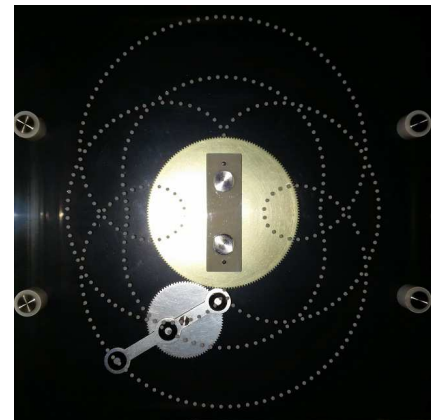
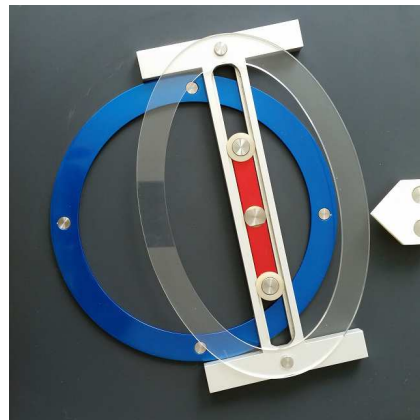
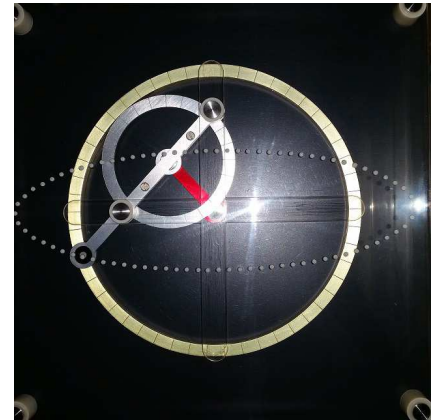
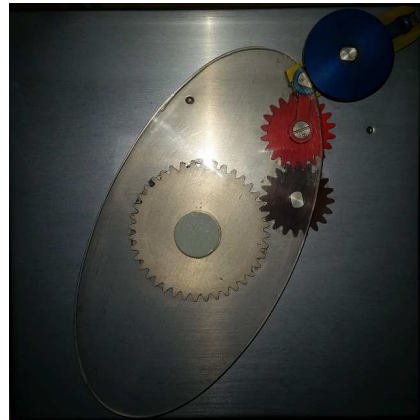
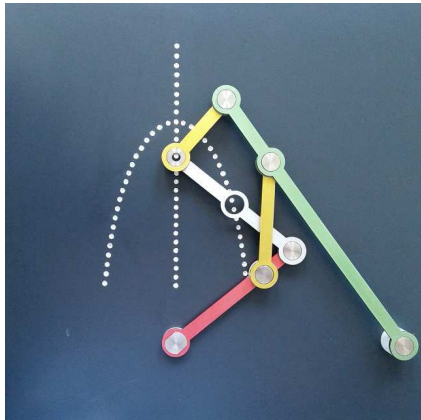


Robert's Theorem

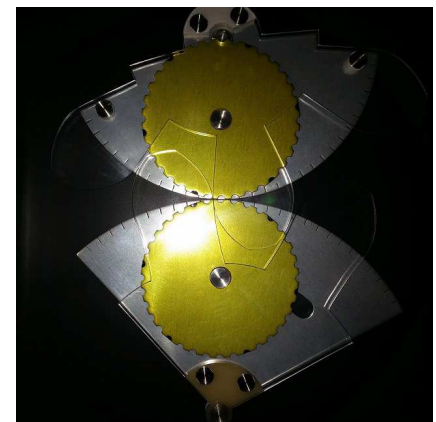
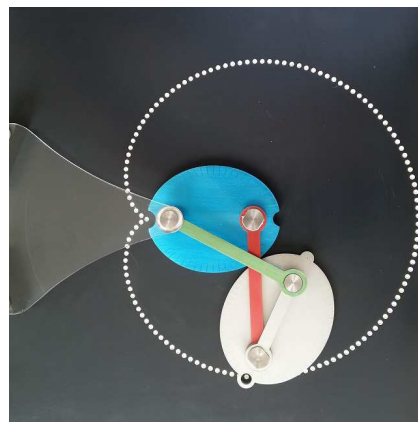
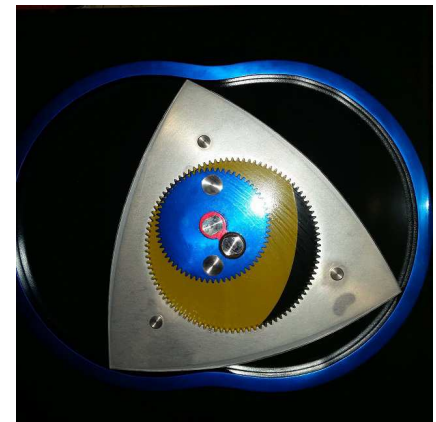
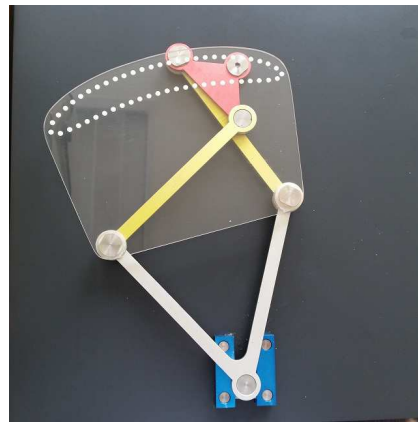
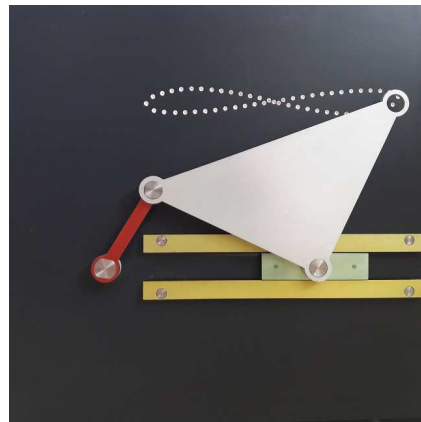
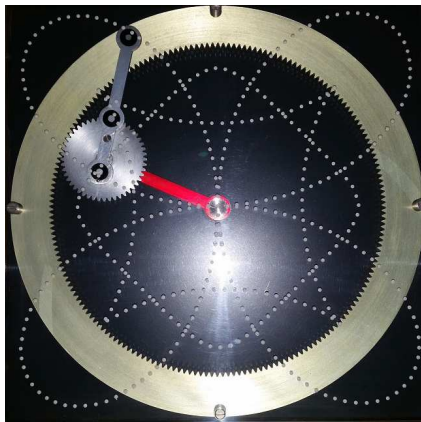
4. The Kinematic Showcase



4. The Kinematic Showcase



4. The Kinematic Showcase



5. Online-Catalogues of Kinematic Models

The *online-catalogue of mathematical models* served as a template for the online presentation of the models in the field of planar and spatial kinematics, respectively.

The database of all online-catalogues is based on ACCESS-files, where the information about the models (rows) is collected with respect to different categories (columns).

Index	Modellname	Katalognummer	aehnliche_Modelle	Beweglichkeit	Englisch	Verwendungszweck
1	Angenäherte Geradführung	027	32	beweglich	approximate straight-line mechanism	Schaukastenmodell
2	Angenäherte Geradführung	029	30	beweglich	approximate straight-line mechanism	Schaukastenmodell
3	Angenäherte Geradführung	034	keine	beweglich	approximate straight-line mechanism	Schaukastenmodell
4	Angenäherte Geradführung	035	keine	beweglich	approximate straight-line mechanism	Schaukastenmodell
5	Angenäherte Geradführung	036	31	beweglich	approximate straight-line mechanism	Schaukastenmodell
6	Angenäherte Geradführung	042	keine	beweglich	approximate straight-line mechanism	Schaukastenmodell
7	Approximation eines Quadrates	038	keine	beweglich	approximation of a square	Schaukastenmodell
8	Doppelschwinge	043	keine	beweglich	double-rocker mechanism	Schaukastenmodell
9	Ebener Parallelmechanismus	022	94	beweglich	planar parallel mechanism	Schaukastenmodell
10	Ellipsenbewegung	037	keine	beweglich	elliptical movement	Schaukastenmodell
11	Erzeugung einer Radlinie	045	keine	beweglich	generation of a planetary gear	Schaukastenmodell
12	Evolventenverzahnung	017	51, 77	beweglich	involute gearing	Schaukastenmodell
13	Exakte Geradführung	026	33	beweglich	exact straight-line linkage	Schaukastenmodell
14	Exakte Geradführung	041	34, 48, 49, 117	beweglich	exact straight-line linkage	Schaukastenmodell
15	Gelenkdeltoid	023	keine	beweglich	rhomboid linkage (GALLOWAY mechanism)	Schaukastenmodell

5. Online-Catalogues of Kinematic Models

The categories were adapted to the need of kinematic models by adding a column on the *type of kinematic flexibility*.

The online-catalogues of kinematic models were also written in German, but a category with the *English model name* was added.

Moreover an extra column was provided for the registration numbers of *similar models*.

For the planar-kinematic models also the *intended use* was specified (e.g. showcase model, overhead projector model, blackboard model).

Mathematische Sammlung	Ebene Kinematik	Räumliche Kinematik	online
Index	Index	Index	✓✓✓
Modellname	Modellname	Modellname	✓✓✓
Eingangsdatum			
Vertrieb			✓
Hersteller	Hersteller	Hersteller	✓✓✓
Herstellungsdatum			✓
Preis			
Währung			
Materialien	Materialien	Materialien	✓✓✓
Maße_Hoehe	Maße_Hoehe	Maße_Hoehe	✓✓✓
Maße_Breite	Maße_Breite	Maße_Breite	✓✓✓
Maße_Tiefe		Maße_Tiefe	✓✓✓
Sachverhalt	Sachverhalt	Sachverhalt	✓✓✓
Aufbewahrungsinformation			
Kataloge			✓
Aufbewahrungsort			
Restaurierungsbedarf	Restaurierungsbedarf	Restaurierungsbedarf	
Zustand			
Benutzungsbedingungen			
alte_Signaturen	alte_Signaturen	alte_Signaturen	✓✓
Gewicht			✓
Fachgebiet_1	Fachgebiet_1	Fachgebiet_1	✓
Fachgebiet_2	Fachgebiet_2		✓
Katalognummer	Katalognummer	Katalognummer	✓✓
Verweis_Bild1	Verweis_Bild1	Verweis_Bild1	✓✓✓
Verweis_Bild2	Verweis_Bild2	Verweis_Bild2	✓✓✓
Verweis_Bild3	Verweis_Bild3	Verweis_Bild3	✓✓✓
Notizen	Notizen	Notizen	
Erledigt			
Erledigt_2			
Literatur	Literatur_1	Literatur_1	✓✓✓
	Literatur_2	Literatur_2	✓✓
	Literatur_3	Literatur_3	✓✓
	Literatur_4		✓
	aehnliche_Modelle	aehnliche_Modelle	✓✓
	Beweglichkeit	Beweglichkeit	✓✓
	Englisch	Englisch	✓✓
	Verwendungszweck		✓

Die Modelle zur ebenen Kinematik
 am Institut für Diskrete Mathematik und Geometrie

Dokumentation des Onlinekatalogs der ebenen Kinematik

In der linken Spalte befindet sich eine Suchoption die es erlaubt den Onlinekatalog nach Stichwörtern zu durchsuchen. Wenn man ein Modell des Suchergebnisses auswählt, so werden die Modelldetails wie folgt ausgegeben. Dazu sei bemerkt, dass sich rechts oben stets ein Modellfoto befindet und rechts unten maximal zwei weitere Fotos desselben Modells vorhanden sind. Durch Anklicken der Fotos werden diese in Originalgröße angezeigt.

Unterhalb der optionalen zwei Fotos kann mit [zurück](#) und [vor](#) auf das vorherige bzw. nachfolgende Suchergebnis geblättert werden. Auf das gesamte Suchergebnis kommt man mittels Klick auf [zur Übersicht](#).

Modellname (#Onlinekatalognummer)

Englische Bezeichnung:
 English name of the model

Kinematisches Verhalten:
 Hier wird notiert ob es sich um ein starres, kippendes, wackeliges oder bewegliches Modell handelt

Beschreibung:
 Kurzbeschreibung des Modells

Verwendungszweck:
 Medial Einsatz des Modells; also ob es sich um ein Schaukastenmodell, Overheadmodell, Tafelmodell oder Demonstrationsmodell handelt

Hersteller:
 Name des Herstellers

Material:
 Material(ien) des Modells

Maße (h x b):
 Höhe und Breite des Modells, wobei für bewegliche Stabwerke, die nicht auf Platten aufgebracht sind, jeweils die während der Bewegung auftretenden Maximalwerte angegeben sind

Modellkatalognummer:
 Nummer des Modells im Modellkatalog

Inventarnummer:
 Inventarnummer des Instituts

Ähnliche Modelle:
 Hier werden die Nummern von kinematisch ähnlichen Modellen im Onlinekatalog gelistet

Literatur:
 Literaturverweis(e) ohne Anspruch auf Vollständigkeit

<< zurück vor >>
 zur Übersicht

Die Modelle zur Raumkinematik
 am Institut für Diskrete Mathematik und Geometrie

Dokumentation des Onlinekatalogs der Raumkinematik

In der linken Spalte befindet sich eine Suchoption die es erlaubt den Onlinekatalog nach Stichwörtern zu durchsuchen. Wenn man ein Modell des Suchergebnisses auswählt, so werden die Modelldetails wie folgt ausgegeben. Dazu sei bemerkt, dass sich rechts oben stets ein Modellfoto befindet und rechts unten zwei weitere Fotos desselben Modells vorhanden sind. Durch Anklicken der Fotos werden diese in Originalgröße angezeigt.

Unterhalb der zusätzlichen zwei Fotos kann mit [zurück](#) und [vor](#) auf das vorherige bzw. nachfolgende Suchergebnis geblättert werden. Auf das gesamte Suchergebnis kommt man mittels Klick auf [zur Übersicht](#).

Modellname (#Onlinekatalognummer)

Englische Bezeichnung:
 English name of the model

Kinematisches Verhalten:
 Hier wird notiert ob es sich um ein starres, kippendes, wackeliges oder bewegliches Modell handelt

Beschreibung:
 Kurzbeschreibung des Modells

Hersteller:
 Name des Herstellers

Material:
 Material(ien) des Modells

Maße (h x b x t):
 Höhe, Breite und Tiefe des Modells, wobei für bewegliche Modelle jeweils die während der Bewegung auftretenden Maximalwerte angegeben sind

Modellkatalognummer:
 Nummer des Modells im Modellkatalog

Inventarnummer:
 Inventarnummer des Instituts

Ähnliche Modelle:
 Hier werden die Nummern von kinematisch ähnlichen Modellen im Onlinekatalog gelistet

Literatur:
 Literaturverweis(e) ohne Anspruch auf Vollständigkeit

<< zurück vor >>
 zur Übersicht

Copyright © 1996-2019 by Differential Geometry and Geometric Structures. All rights reserved.
 Last modified on January 23rd, 2019.

Legend for the planar/spatial kinematic models

Die Modelle zur ebenen Kinematik

am Institut für Diskrete Mathematik und Geometrie

Ellipsenzirkel (#53)

Englische Bezeichnung:

trammel (ellipsograph)

Kinematisches Verhalten:

beweglich

Beschreibung:

Ellipsenzirkel nach KOPP. Diesem Getriebe zur Erzeugung einer Ellipse liegt ein Pantograph zu Grunde.

Verwendungszweck:

Overheadmodell

Hersteller:

Christian Dieckmann (TU Dresden)

Material:

Acrylglas

Maße (h x b):

20.0 cm x 20.0 cm

Modellkatalognummer:

nicht aufgelistet

Inventarnummer:

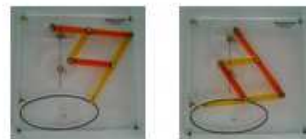
nicht inventarisiert

Ähnliche Modelle:

keine

Literatur:

F. O. KOPP: Umlaufend antreibbares Getriebe zur exakten Führung eines Punktes auf einer Geraden oder einer Ellipse. Patentnummer: DE4343633 A1 (1993)



<< zurück vor >>
zur Übersicht

Die Modelle zur Raumkinematik

am Institut für Diskrete Mathematik und Geometrie

Kardangelen (#17)

Englische Bezeichnung:

cardan joint

Kinematisches Verhalten:

beweglich

Beschreibung:

Bewegliches, verstellbares Metallmodell eines Kardangelenks, welches auch unter dem Namen Kreuzgelenk bekannt ist.

Hersteller:

Karl Wanka

Material:

Metall

Maße (h x b x t):

8.4 cm x 17.9 cm x 6.7 cm

Modellkatalognummer:

005

Inventarnummer:

1044

Ähnliche Modelle:

Literatur:

H. STACHEL: Das Gleichlauf-Kugelgelenk - ein Beispiel zum anwendungsorientierten Unterricht aus Darstellender Geometrie. Proceedings SDG Symposium Darstellende Geometrie, Dresden (2000), S. 151-156



<< zurück vor >>
zur Übersicht

Die Modelle zur ebenen Kinematik

am Institut für Diskrete Mathematik und Geometrie

Koppelkurvenzeichner (#71)

Englische Bezeichnung:

coupler curve drawer

Kinematisches Verhalten:

beweglich

Beschreibung:

Kurvenzeichner zur Zeichnung von Koppelkurven mit Ständer und auswechselbaren Gelenkvierecken (von ursprünglich 8 sind nur mehr 7 erhalten).

Verwendungszweck:

Tafelbild

Hersteller:

B. G. Teubner

Material:

Metall, Holz

Maße (h x b):

51.2 cm x 47.0 cm

Modellkatalognummer:

067, 068, 069

Inventarnummer:

303

Ähnliche Modelle:

72

Literatur:

W. WUNDERLICH: Ebene Kinematik (Hochschultaschenbuch 447/447a), Bibliograph. Inst. Mannheim, Mannheim (1970), S. 66 ff



<< zurück vor >>
zur Übersicht

Die Modelle zur Raumkinematik

am Institut für Diskrete Mathematik und Geometrie

Ikosaeder (#96)

Englische Bezeichnung:

icosahedron

Kinematisches Verhalten:

wackelig

Beschreibung:

Stabmodell eines wackeligen Ikosaeders.

Hersteller:

unbekannt

Material:

Strohhalme, Fäden

Maße (h x b x t):

8.5 cm x 16.7 cm x 13.0 cm

Modellkatalognummer:

839

Inventarnummer:

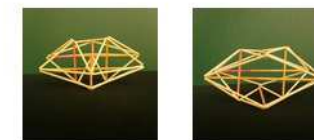
nicht inventarisiert

Ähnliche Modelle:

94, 95

Literatur:

W. WUNDERLICH: Neue Wackelikosaeder. Anz. österr. Akad. Wiss., Math.-Naturwiss. Kl. 117 (1980), S. 28–33
W. WUNDERLICH: Wackelikosaeder. Geom. Dedicata 11 (1981), S. 137–146



<< zurück vor >>
zur Übersicht

5. Online-Catalogues of Kinematic Models

The online-catalogues of the planar/spatial kinematic models can be entered under:

www.geometrie.tuwien.ac.at/kinmodelle

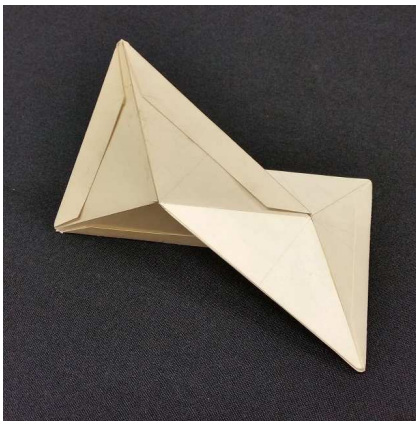
TYPE OF KINEMATIC FLEXIBILITY

- 127 models on planar kinematics
 - # 3 rigid
 - # 3 snapping
 - # 8 shaky
 - # 113 continuous flexible
- 107 models on spatial kinematics
 - # 5 rigid
 - # 12 snapping
 - # 22 shaky
 - # 68 continuous flexible

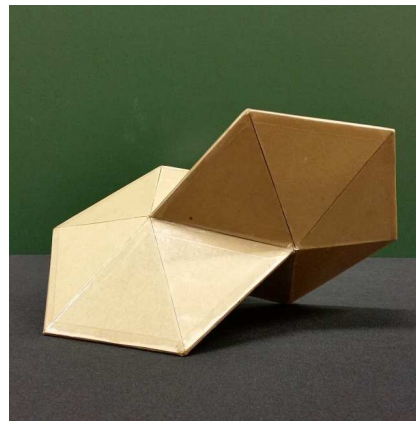
5. Online-Catalogues of Kinematic Models

Example: Siamese Dicone

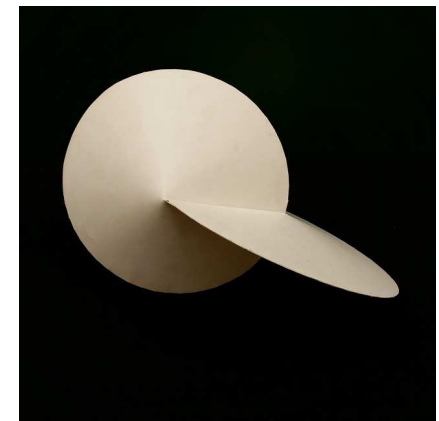
This model was neither listed in one of the existing registers/catalogues nor any reference was found within the scientific literature. Clearly, this model is related to the *Siamese Dipyramids*, where models of the trigonal and pentagonal type exist.



Trigonal Siamese Dipyramid
shaky [26]



Pentagonal Siamese Dipyramid
model flexibility [26,27]

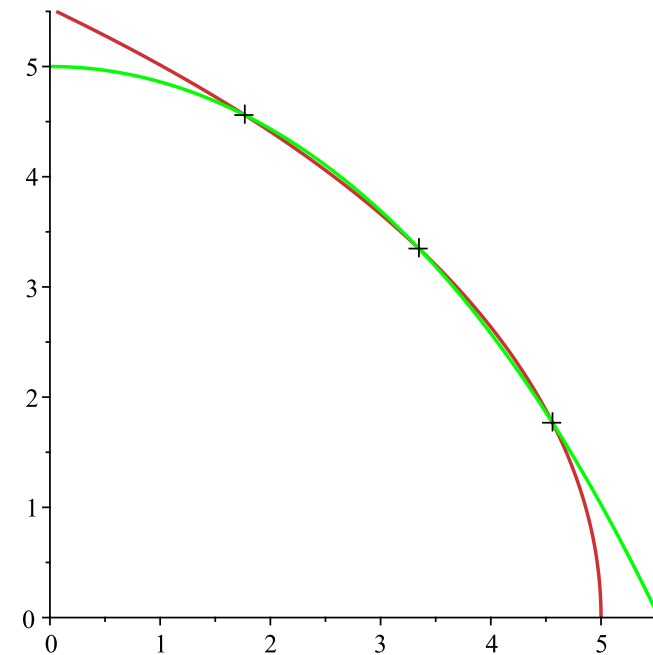


Siamese Dicone
kinematic flexibility: ?

5. Online-Catalogues of Kinematic Models

Example: Siamese Dicone

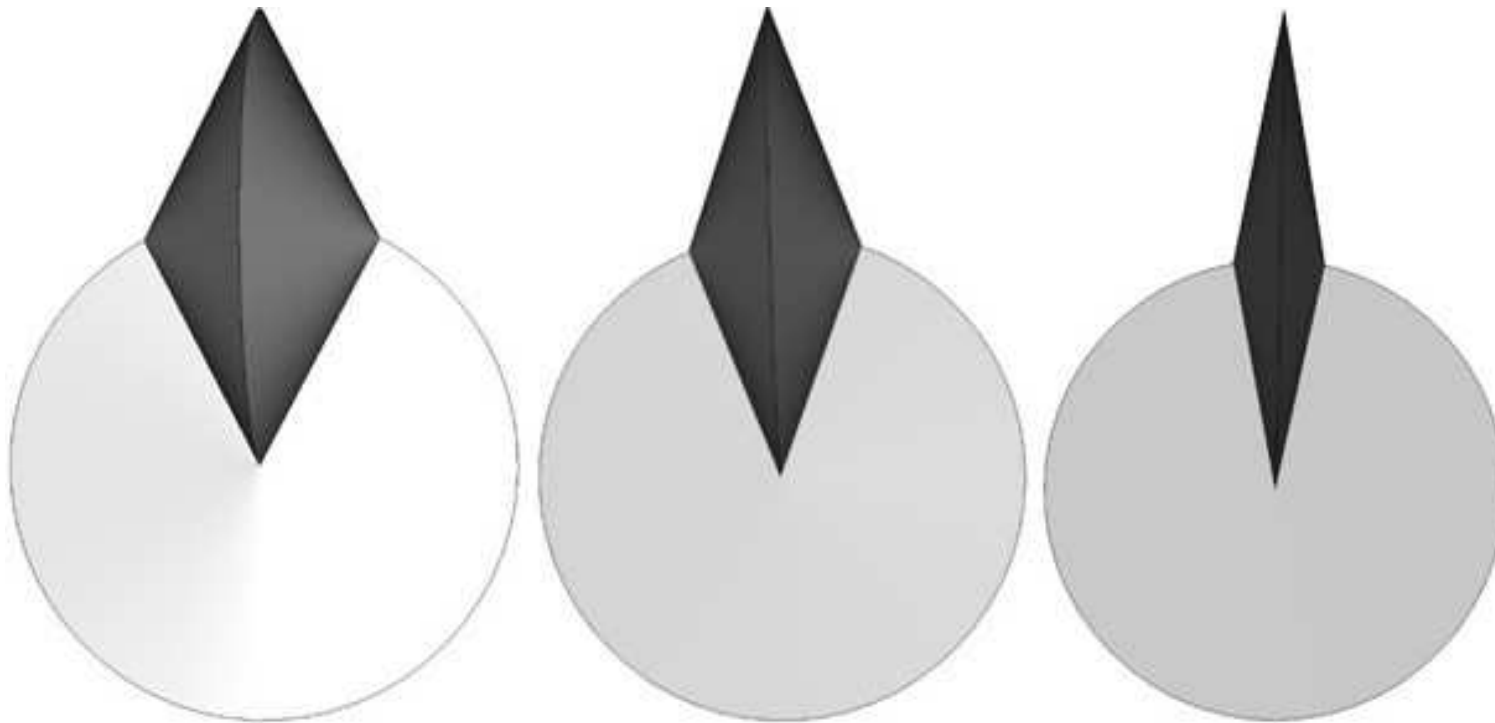
In order to determine the type of kinematic flexibility the geometric dimensions of the model were measured. Based on this data the problem was formulated mathematically (in MAPLE). It turns out that configurations of this structure correspond to the common points of two planar curves (red and green curve).



In a certain interval these two curves are extremely close to each other and intersect 3 times. This results in a *model flexibility* (snapping between three configuration).

5. Online-Catalogues of Kinematic Models

Example: Siamese Dicone

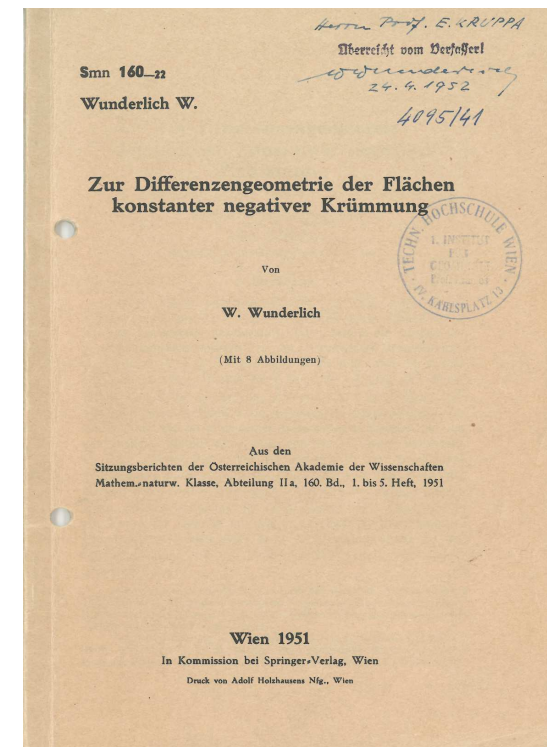


5. Online-Catalogues of Kinematic Models

MATERIAL, USAGE & PRODUCER OF KINEMATIC MODELS

- **Material:** cardboard, paper, metal, wood, plastic, acrylic glass, wire, fabric, strings, drinking straws and different types of glue and adhesive tapes.
- **Usage:** Kinematic models were not only used for teaching but also for the demonstration of research results; e.g.:

Wunderlich W.: Zur Differenzengeometrie der Flächen konstanter negativer Krümmung. Sitzungsber. Österr. Akad. Wiss. Math.-Natur. Kl. II 160, 1951



5. Online-Catalogues of Kinematic Models

Das in Abb. 6 wiedergegebene *Gelenksmodell*, das $6 \cdot 6 = 36$ Maschen aufweist und aus je 42 um $\pm 20^\circ$ bzw. -20° torlierten Stahllamellen von 1 mm Stärke und mit 5 cm Bohrungsabstand besteht, also Flächen mit einer konstanten Krümmung von rund $-(1/14 \text{ cm})^2$ annähert, erwies sich als außerordentlich instruktiv und brauchbar zur Demonstration des Aussehens und vieler Eigenschaften der pseudosphärischen Flächen.²⁰ Die Figur

²⁰ Für die Anfertigung des Modells ist der Verfasser Herrn Ing. K. Wanka zu besonderem Dank verpflichtet.

Hübsch wäre auch die gelenkige Ausführung der „Fischreuse“ gemäß Abb. 1, die einen Mechanismus von zwei Freiheitsgraden ergeben würde, der zur ausschließlichen Wiedergabe pseudosphärischer *Drehflächen* fähig wäre.

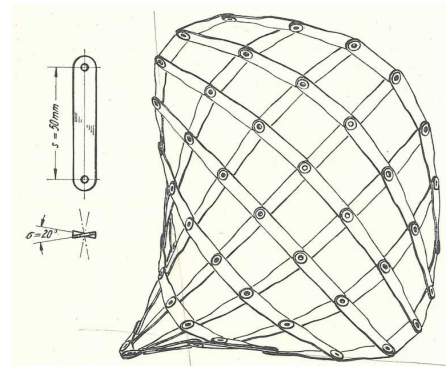
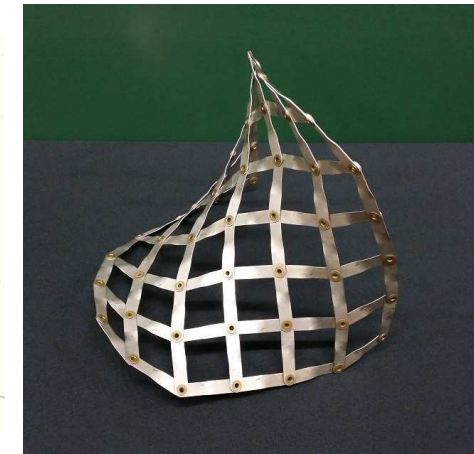


Abb. 6: Gelenksmodell einer pseudosphärischen Fläche nebst Einzellamelle.



- **Producer:** planar-kinematic models

- # 43 unknown
- # 26 Wiener Schwachstromwerke
- # 15 Fa. Martin Schilling
- # 15 Christian Dieckmann
- # 12 Karl Wanka
- # 3 Wilhelm Fuhs
- # 3 Hellmuth Stachel
- # 2 O. Leuner
- # 2 Fa. Cyclo Getriebebau
- # 1 B.G. Teubner
- # 1 Fa. Tecnostyl
- # 1 Fa. Volkswagen
- # 1 HTL Mödling
- # 1 Walther Jank
- # 1 Theresa Trnka

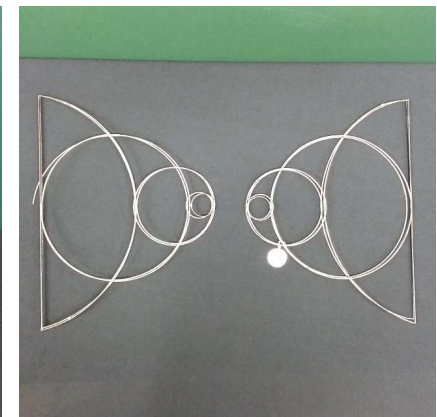
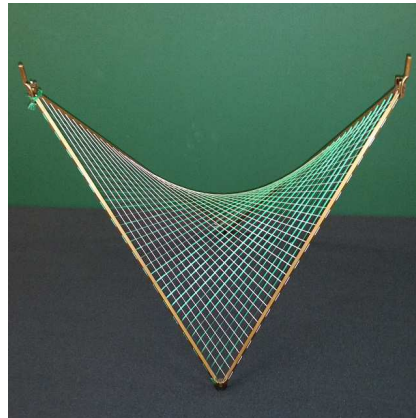
- **Producer:** spatial-kinematic models

- # 71 unknown
- # 13 Karl Wanka
- # 6 Georg Nawratil
- # 3 Walther Jank
- # 3 Erich Frisch
- # 2 Atelier/Caspar Schwabe
- # 2 Kurt Naef
- # 1 Fa. Martin Schilling
- # 1 Fa. Gay
- # 1 Hexyflex Inc.
- # 1 Hellmuth Stachel
- # 1 Otto Röschel
- # 1 Günther Repp
- # 1 Wilhelm Fuhs

Remark: It is reported that the 13 drinking straw models were produced by W. Wunderlich.

5. Online-Catalogues of Kinematic Models

There are only six overlaps with the online-catalogue of mathematical models.



6. Concluding Remarks

The kinematic models are still used as demonstration objects within the lectures on kinematics. Clearly, the continuous flexibility of structures can also be shown by computer animations; especially for planar frameworks this is a good alternative. For visualizing the mobility of spatial structures the application of virtual reality seems to be beneficial.

The physical perception of phenomena like e.g. shakiness (of different order) or snapping (model flexibility) is an important experience improving the understanding of these types of flexibility.

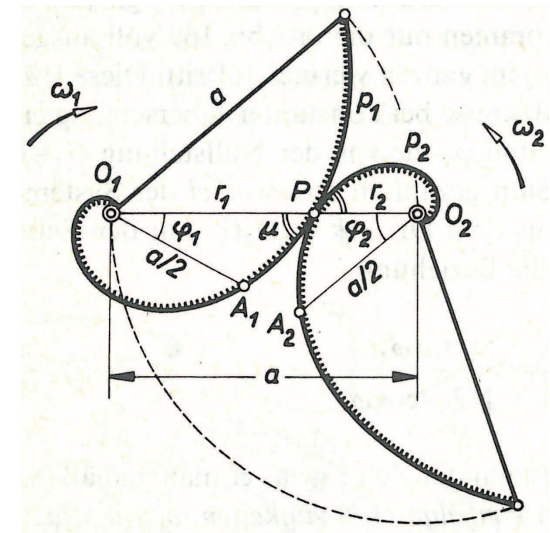


6. Concluding Remarks

Recent technical developments like the rapid progress in 3D printing also raised the interest of the computational design community into physical mechanical models.

In addition the traditional Japanese art of folding is experiencing a revival and yields to new kinematic models in the field of rigid origami.

Moreover kinematic models also show up as prototypes in the design process of transformable structures, especially in the context of kinetic architecture/art.



Wunderlich's kinematic book



6. Acknowledgments

Thanks to my master students **Marta Tükör** and **Anja Gerstendorfer** for their great work done during their joint diploma-project on the *cataloging of planar and spatial kinematic models* resulting in the two presented online-catalogues and the following master thesis, on which this talk is based:

Gerstendorfer A. und Tükör M.: Katalogisierung ebener und räumlicher kinematischer Modelle des Instituts für Diskrete Mathematik und Geometrie. Diplomarbeit, TU Wien (2019)

Moreover I want to thank **Hellmuth Stachel** for providing me some data in context of the kinematic tradition at TU Vienna as well as the photos of W. Wunderlich.

6. References

- [1] Stachel H.: Die Geschichte der Darstellenden Geometrie in Österreich (Vortragsfolien). Oberseminar, AG Didaktik und Geschichte der Mathematik, Bergische Universität Wuppertal (11. Jänner 2018)
- [2] Wunderlich W.: Josef Krames. Nachruf (mit Schriftverzeichnis). Almanach (Österreichischen Akademie der Wissenschaften) 137:286–295 (1987)
- [3] Stachel H.: Walter Wunderlich (1910-1998), Almanach (Österreichische Akademie der Wissenschaften) 149:413–419 (1999).
- [4] Pottmann H.: Walter Wunderlich (1910-1998), Internationale Mathematischen Nachrichten 180:2–16 (1999)
- [5] Husty M.: Walter Wunderlich (1910-1998). In: Distinguished Figures in Mechanism and Machine Science: Their Contributions and Legacies, pages 371–392, Springer (2007)

6. References

- [6] Homepage of Hellmuth Stachel: www.geometrie.tuwien.ac.at/stachel
- [7] Homepage of Helmut Pottmann: www.dmg.tuwien.ac.at/pottmann
- [8] Stachel H.: private communication (February 2019)
- [9] Jank W.: Entwicklung der Institute bzw. des Instituts für Geometrie an der TH bzw. TU Wien seit 1965. Technical Report 98, Institut für Geometrie (2003)
- [10] Kruppa E.: Nachruf auf A.E. Mayer. Nachrichten der Mathem. Gesellschaft Wien 2(3):7–8 (1948)
- [11] Einhorn R.: Vertreter der Mathematik und Geometrie an den Wiener Hochschulen 1900-1940. Dissertation, TU Wien (1983)
- [12] Brauner H.: Professor Rudolf Bereis. Nachrichten Österr. Math. Ges. 20(84):70–71 (1966)

6. References

- [13] Lordick D.: Die Sammlung Mathematische Modelle. In: Sammlungen und Kunstbesitz Technische Universität Dresden, pages 68–79, TU Dresden (2015)
- [14] Leichtweiß K.: Karl Strubecker zum Gedenken. Jahresbericht der Deutschen Mathematiker-Vereinigung 94:105–117 (1992)
- [15] Wunderlich W.: Demonstration models for teaching kinematics. Bull. Mech. Eng. Educ. 7:332–334 (1968)
- [16] Homepage of Walther Jank: www.geometrie.tuwien.ac.at/former/jank.html
- [17] Homepage of Wolfgang Rath: www.geometrie.tuwien.ac.at/former/rath.html
- [18] Stachel H.: What lies between the flexibility and rigidity of structures. Serbian Architectural Journal 3(2):102–115 (2011)

6. References

- [19] Stachel H.: W. Wunderlichs Beiträge zur Wackeligkeit. Technical Report 22, Institut für Geometrie (1995)
- [20] Wohlhart K.: Degrees of shakiness. Mech. Mach. Theory 34(7):1103–1126 (1999)
- [21] Wunderlich W., Schwabe C.: Eine Familie von geschlossenen gleichflächigen Polyedern, die fast beweglich sind. Elem. Math. 41(4)88–98 (1986)
- [22] Stachel H.: Flexible Polyhedral Surfaces With Two Flat Poses. Symmetry 7(2):774–787 (2015)
- [23] Sabitov I. Kh.: Volume of a polyhedron as a function of its metric. Fundamental and Applied Math. 2(4):1235–1246 (1996)

6. References

- [24] Wohlhart K.: Kinematotropic Linkages. Recent Advances in Robot Kinematics, pages 359–368 Springer (1996)
- [25] Wunderlich W.: Ein merkwürdiges Zwölfstabgetriebe. Österr. Ingen. Archiv 8(2/3):224–228 (1954)
- [26] Goldberg M.: Unstable Polyhedral Structures. Math. Mag. 51(3):165–170 (1978)
- [27] Gorkavyy V., Fesenko I.: On the model flexibility of Siamese dipyramids. J. Geom. 110(1):7 (2019)