

# Neue kinematische Performance Indizes für 6R Roboter und Stewart Gough Plattformen

Georg Nawratil

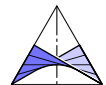


## Prüfungssenat:

Vorsitzender: Univ.Prof. Dr. Rainer Mlitz

Erstprüfer: O.Univ.Prof. Dr. Hellmuth Stachel

Zweitprüfer: Univ.Prof. Dr. Manfred Husty



# Aufbau der Präsentation

## [1] Einleitung

[a] 6R Roboter    [b] Stewart Gough Plattform    [c] Performance Index

## [2] EE abhängige kinematische Performance Indizes

[a] Review    [b] Operation Ellipsoid    [c] 6R Roboter    [d] SGP

## [3] EE unabhängige kinematische Performance Indizes

[a] Review    [b] 6R Roboter    [c] SGP

## [4] Konfigurationen mit maximaler Control Number

[a] 3-dof RPR Manipulator    [b] SGP

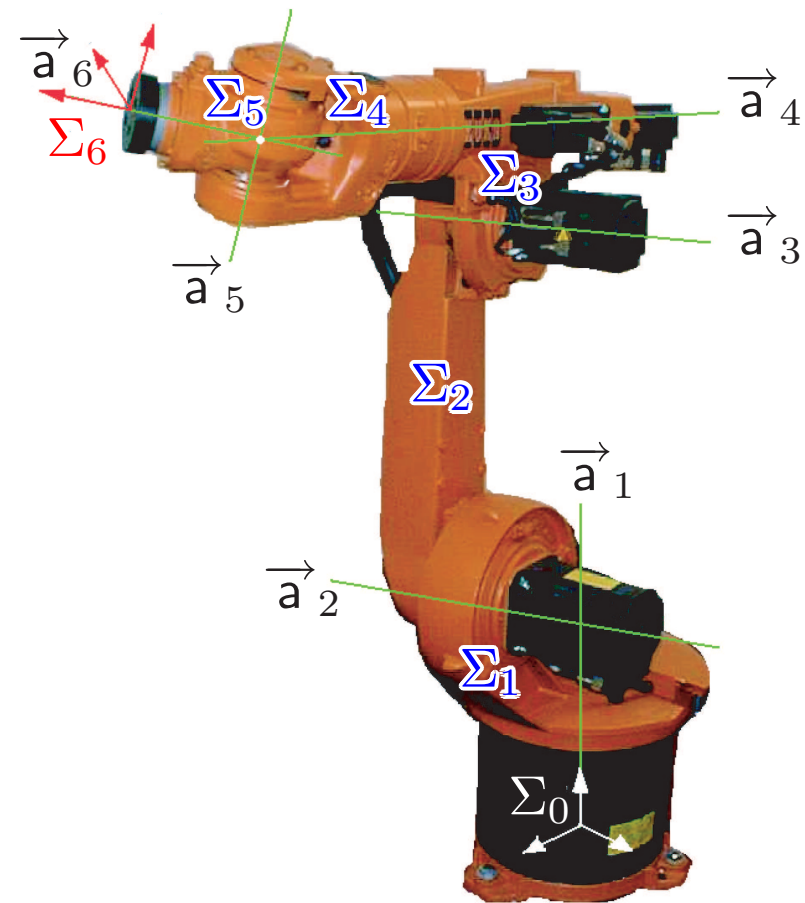


# [1a] 6R Roboter: Grundlagen

Ein 6R Roboter besteht aus einer Folge von 7 Gliedern  $\Sigma_0, \Sigma_1, \dots, \Sigma_6$ , wobei je zwei aufeinanderfolgende Glieder  $\Sigma_{i-1}, \Sigma_i$  durch ein Drehgelenk mit der Achse  $\vec{a}_i$  miteinander verbunden sind.

Da jedes Drehgelenk den Freiheitsgrad 1 besitzt, weist die 7-gliedrige offene kinematische Kette den Grüblerwert 6 auf.

Die Geometrie des 6R Roboters ist eindeutig durch die 14 Denavit-Hartenberg-Parameter bestimmt.



## [1a] 6R Roboter: Jakobimatrix und singuläre Lagen

Wählt man alle Gelenksvariablen  $\theta_1, \dots, \theta_6$  als Funktionen der Zeit  $t$ , so wird damit ein Zwangslauf  $\Sigma_6/\Sigma_0$  festgelegt. Auf Grund des räumlichen Dreipolsatzes läßt sich die Momentanschraube  $\underline{\mathbf{q}} := (\mathbf{q}, \hat{\mathbf{q}})$  berechnen als:

$$\underline{\mathbf{q}} = \sum_{i=1}^6 \underline{\mathbf{a}}_i \omega_{i|i-1} = \mathbf{J} \cdot \boldsymbol{\omega} \quad \text{mit} \quad \boldsymbol{\omega} = (\omega_{1|0}, \dots, \omega_{6|5})^T \quad \text{und} \quad \mathbf{J} = (\underline{\mathbf{a}}_1, \dots, \underline{\mathbf{a}}_6),$$

wobei  $\underline{\mathbf{a}}_i$  die momentanen Speerkoordinaten der Drehachse  $\vec{\mathbf{a}}_i$  und  $\omega_i$  die momentane Winkelgeschwindigkeit der Relativedrehung  $\Sigma_i/\Sigma_{i-1}$  um  $\vec{\mathbf{a}}_i$  notiert.

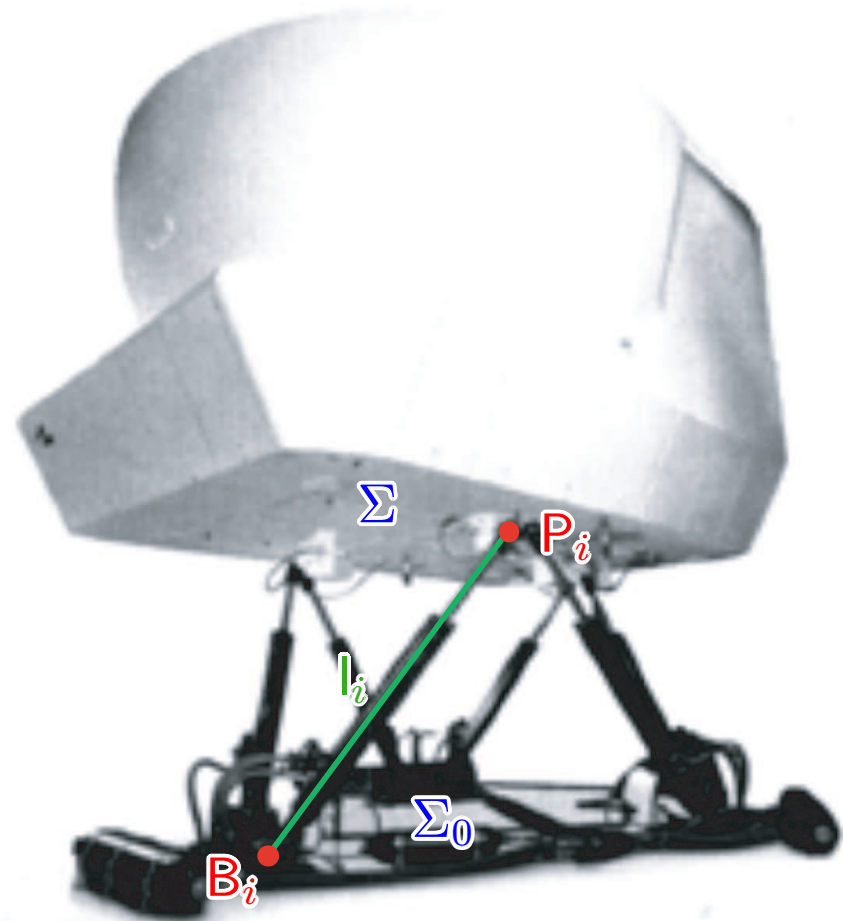
**Satz 1:** Eine Konfiguration eines 6R Roboters ist dann und nur dann singulär, wenn die Determinante der Jakobimatrix  $\mathbf{J}$  verschwindet; sprich die 6 Drehachsen einem linearen Komplex angehören.



## [1b] Stewart Gough Plattformen: Grundlagen

Eine Stewart Gough Plattform (*SGP*) besteht aus sechs Teleskopbeinen, die über Kugel-Schub-Kugel Gelenke die Plattform  $\Sigma$  mit der Basis  $\Sigma_0$  verbinden. Die Steuerung erfolgt nur über den Antrieb der Schubgelenke.

Die Geometrie der *SGP* ist durch die Lage der sechs Plattformankerpunkte  $P_i$  und der entsprechenden sechs Basisankerpunkte  $B_i$  eindeutig bestimmt. Die Trägergerade des  $i$ -ten Beines wird mit  $l_i$  notiert.



## [1b] SGP: Jakobimatrix und singuläre Lagen

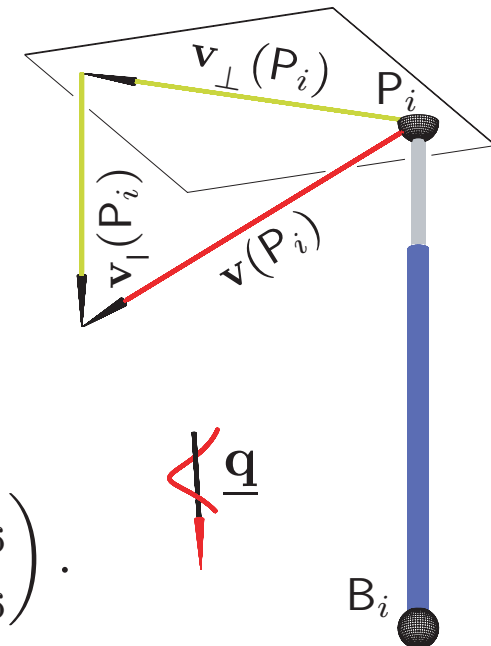
Sei  $\underline{\mathbf{q}} := (\underline{\mathbf{q}}, \hat{\mathbf{q}})$  die Momentanschraube der Bewegung  $\Sigma/\Sigma_0$ . Die Führungsgeschwindigkeit  $\mathbf{v}(P_i)$  des  $i$ -ten Plattformankerpunktes  $P_i$  läßt sich wie folgt zerlegen:

$$\mathbf{v}(P_i) = \hat{\mathbf{q}} + (\underline{\mathbf{q}} \times P_i) = \mathbf{v}_\parallel(P_i) + \mathbf{v}_\perp(P_i).$$

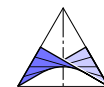
$$d_i := \|\mathbf{v}_\parallel(P_i)\| = \mathbf{l}_i \cdot \mathbf{v}(P_i) = \hat{\mathbf{l}}_i \cdot \underline{\mathbf{q}} + \mathbf{l}_i \cdot \hat{\mathbf{q}}$$

$\underline{\mathbf{l}}_i = (\mathbf{l}, \hat{\mathbf{l}}) \dots$  Speerkoordinaten der  $i$ -ten Trägergeraden.

$$\mathbf{d} = \mathbf{J} \cdot \underline{\mathbf{q}} \quad \text{mit} \quad \mathbf{d} = (d_1, \dots, d_n)^T \quad \text{und} \quad \mathbf{J}^T = \begin{pmatrix} \hat{\mathbf{l}}_1 & \dots & \hat{\mathbf{l}}_6 \\ \mathbf{l}_1 & \dots & \mathbf{l}_6 \end{pmatrix}.$$



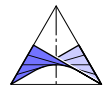
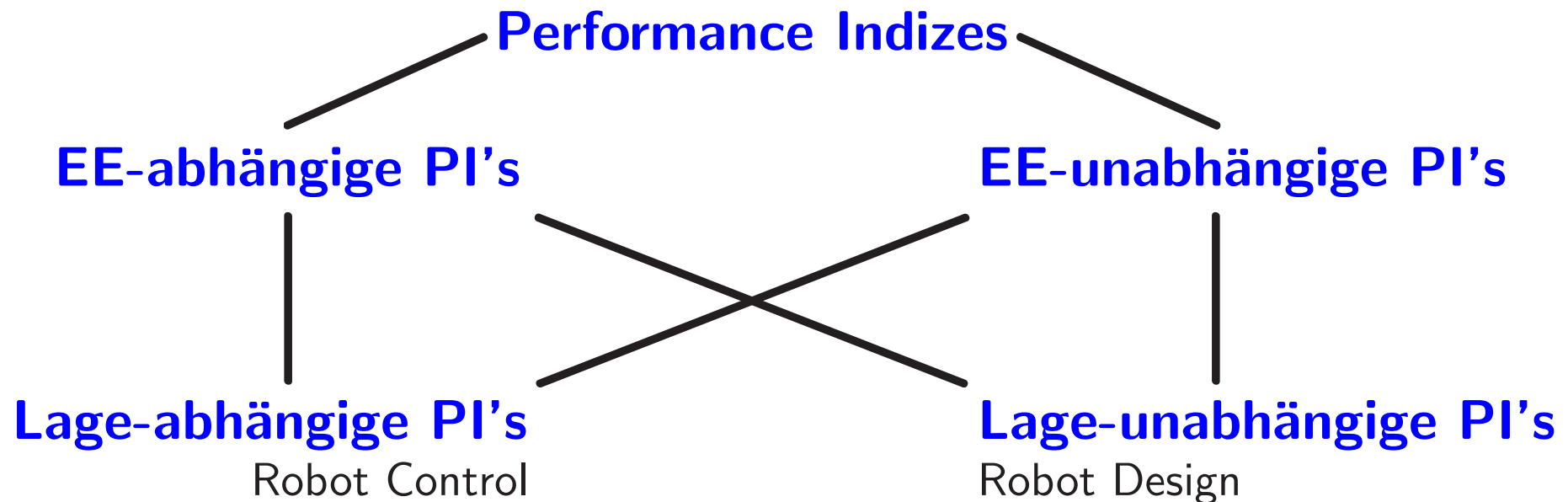
**Satz 2:** Eine SGP befindet sich dann und nur dann in einer singulären Lage, wenn die Determinante der Jakobimatrix  $\mathbf{J}$  verschwindet, also die 6 Trägergeraden der Beine einem linearen Komplex angehören.



# [1c] Performance Indizes: Grundlagen

## Definition 1:

Kinematische Performance Indizes eines mechanischen robotischen Systems konvertieren das Leistungsvermögen des Systems Bewegungen zu übertragen in einen Skalar, wobei die Indizes auf rein kinematischen Eigenschaften des Systems basieren.



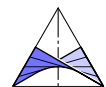
## [1c] Wünschenswerte Eigenschaften von PI's

**Satz 3:** Das Leistungsvermögen eines 6R Roboters bzw. einer Stewart Gough Plattform Bewegungen zu übertragen ist dann und genau dann nicht gegeben, wenn sich der Manipulator in einer singulären Lage befindet.

1.  $PI(\mathcal{K}) \geq 0$  für alle möglichen Konfigurationen des Manipulators.
2.  $PI(\mathcal{K})$  sollte nur in singulären Lagen gleich Null sein.
3.  $PI(\mathcal{K})$  sollte gegenüber Euklidischen Bewegungen invariant sein.
4.  $PI(\mathcal{K})$  sollte gegenüber Ähnlichkeiten invariant sein.
5.  $PI(\mathcal{K})$  sollte eine geometrisch-kinematische Deutung zulassen.
6.  $PI(\mathcal{K})$  sollte in *Echtzeit* berechenbar sein.

Für EE unabhängige Performance Indizes gilt folgende Zusatzforderung:

7.  $PI(\mathcal{K})$  sollte von der Geometrie des Manipulators abhängen.





## [2a] Analyse: Condition Number $CDN$ [Salisbury, Craig]

$CDN$  gibt die Quadratwurzel des Verhältnisses vom Maximum zum Minimum der Zielfunktion  $\hat{\zeta} : \underline{\mathbf{q}}^T \underline{\mathbf{q}} = \omega^2 + \|\mathbf{v}(U)\|^2$  unter der Nebenbedingung  $\nu$  wider.

### 6R Roboter

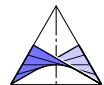
$$\hat{\zeta}(\omega): \quad \underline{\mathbf{q}}^T \underline{\mathbf{q}} = \omega^T \mathbf{J}^T \mathbf{J} \omega$$
$$\nu(\omega): \quad \omega^T \omega = \omega^T \mathbf{E}_6 \omega = 1.$$

### Stewart Gough Plattform

$$\hat{\zeta}(\underline{\mathbf{q}}): \quad \underline{\mathbf{q}}^T \mathbf{E}_6 \underline{\mathbf{q}}$$
$$\nu(\underline{\mathbf{q}}): \quad \mathbf{d}^T \mathbf{d} = \underline{\mathbf{q}}^T \mathbf{J}^T \mathbf{J} \underline{\mathbf{q}} = 1.$$

### Satz 4:

- $\hat{\zeta}$  ist variant gegenüber Raumbewegungen mit Ausnahme der Gruppe der Drehungen des Rastkoordinatensystems um dessen Ursprung  $U$ .
- $\hat{\zeta}$  ist nicht invariant unter Ähnlichkeiten.



## [2a] Lösungskonzepte für die Varianzen der $CDN$

### Konzept von Angeles et al. $\Rightarrow CDN_{CL}$

ad a)  $\|\mathbf{v}(U)\|$  wird durch  $\|\mathbf{v}(OP)\|$  ersetzt, wobei  $OP$  der *Operation Point* ist.

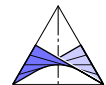
ad b)  $\|\mathbf{v}(OP)\|$  wird durch die *charakteristische Länge*  $CL$  dividiert.

**Definition 2:** Die charakteristische Länge  $CL$  ist jene Länge, welche sich aus der Minimierung der Condition Number in Abhängigkeit von  $CL$  und

6R Roboter: den Unbekannten $\theta_2, \dots, \theta_6$ bzw.	} ergibt.
SGP: des Translationsvektors & Eulerschen Drehwinkeln	

### Konzept von Gosselin bzw. Kim et al.

Die momentane Bewegung des EE wird eindeutig durch die Führungsgeschwindigkeiten dreier nicht kollinear referenzpunkte beschrieben, anstatt durch  $\underline{\mathbf{q}}$ .



## [2b] Das Operation Ellipsoid

Das Objekt des Interesses  $\mathcal{O}$  wird durch die Punkte  $X_i$  ( $i = 1, \dots, N$ ) representiert.

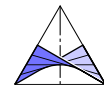
**Hofer, Pottmann, Ravani:** 
$$d(\mathcal{O}(0), \mathcal{O}(t))^2 := \sum_{i=1}^N \|\mathbf{x}_i(0) - \mathbf{x}_i(t)\|^2.$$

Die Metrik hängt nur vom Massenschwerpunkt  $\mathbf{s}_{\mathcal{O}}$  und der Kovarianzmatrix  $\mathbf{D}_{\mathcal{O}}$  ab. Beschränkt man sich auf die sechs spezielle Punkte  $S_i$  mit den Koordinaten

$$\mathbf{s}_i := \mathbf{s}_{\mathcal{O}} + \sqrt{\lambda_i/2} \mathbf{i}_i \quad \text{und} \quad \mathbf{s}_{i+3} := \mathbf{s}_{\mathcal{O}} - \sqrt{\lambda_i/2} \mathbf{i}_i \quad \text{mit} \quad i = 1, 2, 3,$$

so bleiben  $\mathbf{s}_{\mathcal{O}}$ ,  $\mathbf{D}_{\mathcal{O}}$  und der Trägheitstensor  $\mathbf{I}_{\mathcal{O}} := \text{tr}(\mathbf{D}_{\mathcal{O}})\mathbf{E}_3 - \mathbf{D}_{\mathcal{O}}$  unverändert.  $\lambda_i$  sind die Eigenwerte und  $\mathbf{i}_i$  die zugehörigen normierten Eigenvektoren von  $\mathbf{D}_{\mathcal{O}}$ .

**Definition 3:** Das *Operation Ellipsoids*  $OE$  bezeichnet jenen durch ein Ellipsoid  $\mathcal{E}$  beschränkten Bereich des Endeffektors mit  $\text{Vol}(\mathcal{E}) \neq 0$ , an dessen Manipulation man interessiert ist.



## [2c] EE abhängige PI's für 6R Roboter - $PI_{OE}(\mathcal{K})$

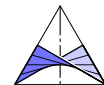
Das  $OE$  wird durch die sechs Scheitel  $S_i$  ( $i = 1, \dots, 6$ ) des Ellipsoids  $\mathcal{E}$  repräsentiert. Wir suchen jenen normierten Winkelgeschwindigkeitsvektor, welcher die momentan schlechteste Geschwindigkeitsübertragung auf das  $OE$  nach sich zieht.

$$\zeta(\boldsymbol{\omega}): \sum_{i=1}^6 \|\mathbf{v}(S_i)\|^2 = \boldsymbol{\omega}^T \mathbf{Z} \boldsymbol{\omega} \quad \Bigg| \quad \nu(\boldsymbol{\omega}): \boldsymbol{\omega}^T \boldsymbol{\omega} = 1$$

**Definition 4:** Der EE abhängige Performance Index  $PI_{OE}(\mathcal{K})$  ist definiert als

$$PI_{OE}(\mathcal{K}) := +\sqrt{\frac{\lambda_{min}}{DC}} \quad \text{mit} \quad DC := \zeta(0, \dots, 0, 1) = \text{const.} \quad \forall \mathcal{K},$$

wobei  $\lambda_{min}$  den kleinsten Eigenwert der Matrix  $\mathbf{Z}$  bezeichnet.



## [2c] EE abhängige PI's für 6R Roboter - $CDN_{OE}(\mathcal{K})$

**Definition 5:** Der EE abhängige Performance Index  $CDN_{OE}(\mathcal{K})$  ist definiert als

$$CDN_{OE}(\mathcal{K}) := +\sqrt{\lambda_{max}/\lambda_{min}} \quad \text{mit} \quad CDN_{OE}^{-1}(\mathcal{K}) \in [0, 1],$$

wobei  $\lambda_{min}$  und  $\lambda_{max}$  der kleinste bzw. größte Eigenwert von  $\mathbf{Z}$  ist.

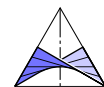
### Satz 5: Geometrische Interpretation der charakteristischen Länge

Die  $CL$  von  $CDN_{CL}$  entspricht  $R\sqrt{2/3}$  dem Radius  $R$  jener *Operation Sphere* mit Mittelpunkt  $OP$ , bezüglich welcher der Manipulator die kleinste  $CDN_{OE}$  besitzt.

Somit kann  $CDN_{CL}$  als Sonderfall von  $CDN_{OE}$  angesehen werden.

### Definition 6: Neudefinition der charakteristischen Länge

Die charakteristische Länge ist definiert als  $CL := R\sqrt{2/3}$ , wobei  $R$  der Radius jener *Operation Sphere* ist, welche den Bereich des Interesses representiert.



## [2d] EE abhängiger PI für SGPen - $CDN_{OE}(\mathcal{K})$

$CDN_{OE}(\mathcal{K})$  für SGPen erhält man analog zu jener für 6R Roboter. Die entsprechende Zielfunktion  $\zeta(\underline{\mathbf{q}})$  bzw. Nebenbedingung  $\nu(\underline{\mathbf{q}})$  lautet wie folgt:

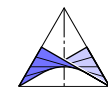
$$\zeta(\underline{\mathbf{q}}) : \sum_{i=1}^6 \|\mathbf{v}(S_i)\|^2 = \underline{\mathbf{q}}^T \mathbf{W} \underline{\mathbf{q}} \quad \Bigg| \quad \nu(\underline{\mathbf{q}}) : \mathbf{d}^T \mathbf{d} = \underline{\mathbf{q}}^T \mathbf{J}^T \mathbf{J} \underline{\mathbf{q}} = 1.$$

**Definition 7:** Der EE abhängige Performance Index  $CDN_{OE}(\mathcal{K})$  ist definiert als

$$CDN_{OE}(\mathcal{K}) := +\sqrt{\lambda_{max}/\lambda_{min}} \quad \text{mit} \quad CDN_{OE}^{-1}(\mathcal{K}) \in [0, 1],$$

wobei  $\lambda_{max}$  bzw.  $\lambda_{min}$  den größten bzw. kleinsten allgemeinen Eigenwert der Matrix  $\mathbf{W}$  bezüglich der Matrix  $\mathbf{J}^T \mathbf{J}$  bezeichnet.

Die geometrische Interpretation der charakteristischen Länge  $CL$  sowie die daraus resultierende Neudefinition behalten ihre Gültigkeit.



## [3a] Analyse: Manipulability $MPB$ [Yoshikawa]

Die Manipulability  $MPB$  ist für 6R Roboter und SGPen definiert als:  $|\det(\mathbf{J})|$ .

**Satz 6:** Die *Manipulability* ist invariant gegenüber Euklidischen Bewegungen des Rastkoordinatensystems aber variant gegenüber Ähnlichkeiten.

### 6R Roboter

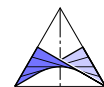
$MPB$  ist invariant gegenüber dem Vertauschen von  $\mathbf{J}$ 's Spalten, welches eine Änderung der Reihenfolge der Drehgelenke nach sich zieht.

7.  $PI(\mathcal{K})$  soll die Reihenfolge der Drehachsen berücksichtigen.

### Stewart Gough Plattform

In Ausnahmefällen kann  $MPB$  als das Volumen des aufgespannten Stabwerkes interpretiert werden, ansonsten fehlt eine geometrische Deutung.

7.  $PI(\mathcal{K})$  soll die Lage der Ankerpunkte auf den Trägergeraden berücksichtigen.



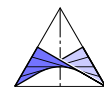
## [3b] EE unabhängige PI's für 6R Roboter

Die Idee ist den Index über den Abstand der momentanen Konfiguration zur nächstgelegenen Singularität zu definieren. Ein solches Abstandsmaß muß die durch die mechanische Realisierung mögliche Veränderbarkeit der Achsen berücksichtigen.

Gesucht sind möglichst kleine  $\Delta_i$ 's, sodass  $\mathbf{J}(\theta_2 + \Delta_2, \dots, \theta_5 + \Delta_5)$  singularär ist. Eine linearisierte Näherung der Vorwärtskinematik liefert uns:

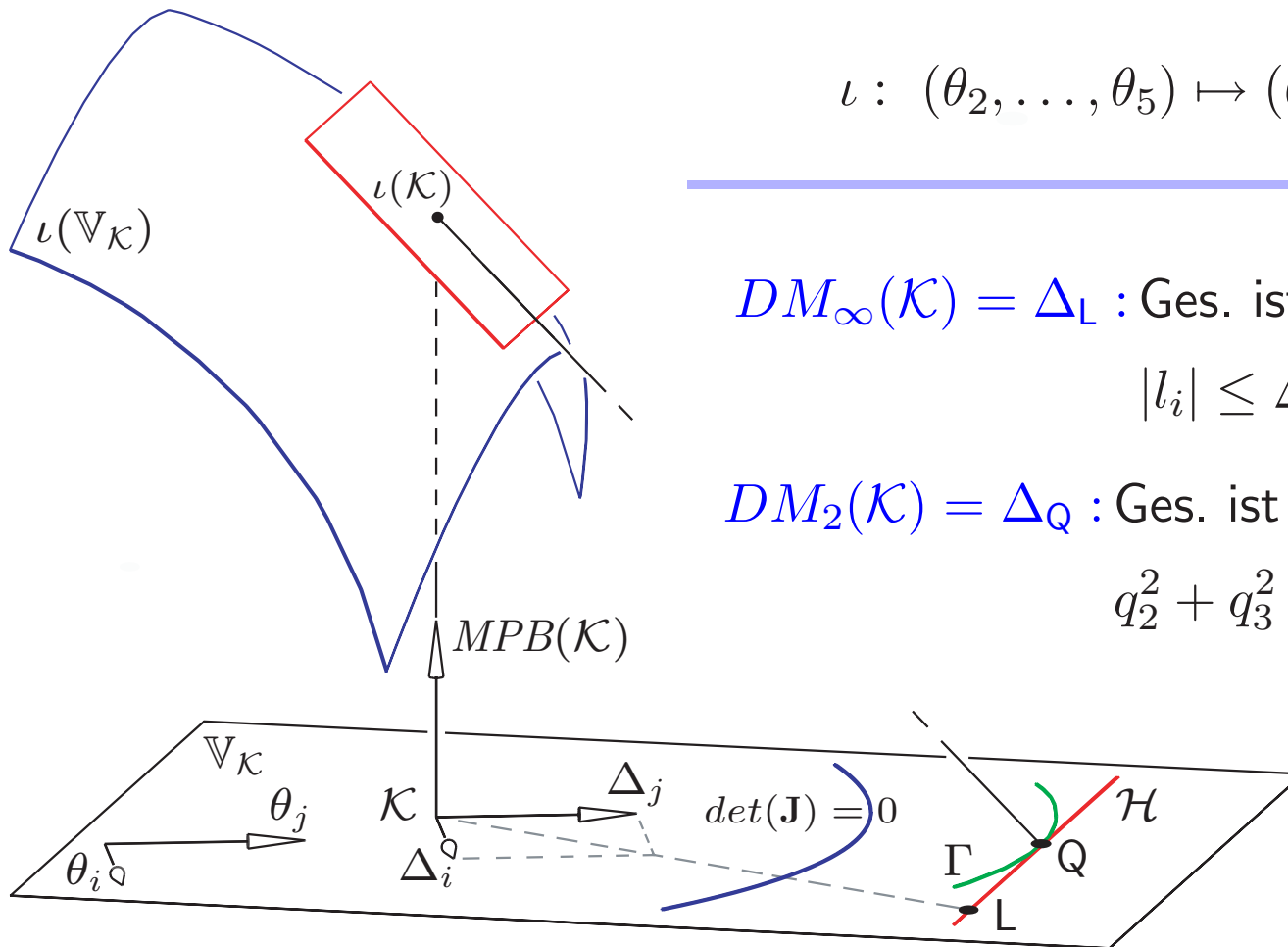
$$\begin{aligned} \det [\mathbf{J}(\theta_2 + \Delta_2, \dots, \theta_5 + \Delta_5)] &= \det [\underline{\mathbf{a}}_1, \underline{\mathbf{a}}_2, \underline{\mathbf{a}}_3(\theta_2 + \Delta_2), \dots, \underline{\mathbf{a}}_6(\theta_2 + \Delta_2, \dots, \theta_5 + \Delta_5)] \approx \\ &\approx \det [\mathbf{J}(\theta_2, \dots, \theta_5)] + \sum_{j=2}^5 \frac{\partial \det(\mathbf{J})}{\partial \theta_j} \Delta_j \quad \text{mit} \quad \frac{\partial \det(\mathbf{J})}{\partial \theta_j} \Delta_j = \sum_{k=j+1}^6 \det(\underline{\mathbf{a}}_1, \dots, \frac{\partial \underline{\mathbf{a}}_k}{\partial \theta_j} \Delta_j, \dots). \end{aligned}$$

$$\mathcal{H} : \det [\mathbf{J}(\theta_2, \dots, \theta_5)] + \sum_{j=2}^5 \frac{\partial \det(\mathbf{J})}{\partial \theta_j} \Delta_j = 0$$





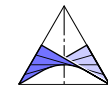
# [3b] EE unabhängige PI's für 6R Roboter



$$\iota : (\theta_2, \dots, \theta_5) \mapsto (\theta_2, \dots, \theta_5, |\det(\mathbf{J})|)$$

$DM_{\infty}(\mathcal{K}) = \Delta_L$  : Ges. ist  $L = (l_2, \dots, l_5) \in \mathcal{H}$  mit  $|l_i| \leq \Delta_L$  und  $\Delta_L \rightarrow \min$ .

$DM_2(\mathcal{K}) = \Delta_Q$  : Ges. ist  $Q = (q_2, \dots, q_5) \in \mathcal{H}$  mit  $q_2^2 + q_3^2 + q_4^2 + q_5^2 = \Delta_Q^2 \rightarrow \min$ .



## [3b] EE unabhängige PI's für 6R Roboter

$$DM_{\infty}(\mathcal{K}) = \Delta_L$$

$$\Delta_L = \frac{|det(\mathbf{J})|}{\sum_{j=2}^5 \left| \frac{\partial det(\mathbf{J})}{\partial \theta_j} \right|}$$

**Satz 7:**  $DM_{\infty}(\mathcal{K})$  gibt näherungsweise den kleinsten Winkel  $\Delta_L$  an, um welchen man gleichzeitig die Systeme  $\Sigma_{j+1}$  um die Drehachse  $\vec{a}_j$  mit der Orientierung  $sgn(l_j)$  drehen muss, um in eine singuläre Lage zu kommen.

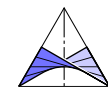
$$DM_2(\mathcal{K}) = \Delta_Q$$

$$\Delta_Q = \frac{|det(\mathbf{J})|}{\sqrt{\sum_{j=2}^5 \left( \frac{\partial det(\mathbf{J})}{\partial \theta_j} \right)^2}}$$

**Satz 8:**  $DM_2(\mathcal{K})$  gibt näherungsweise die kürzeste Zeit  $\Delta_Q$  an, welche benötigt wird, um die nächstgelegene Singularität zu erreichen, vorausgesetzt, dass die Quadratsumme der Winkelgeschwindigkeiten gleich 1 ist.

Weiters gilt noch die folgende Beziehung:

$$\Delta_L \leq \Delta_Q \leq 2\Delta_L.$$



## [3c] EE unabhängiger PI für SGPen - Idee

### Unkontrollierbare Lagen

Kleine Veränderungen der Beinlängen haben unkontrollierbar große Auswirkungen auf die momentane Lageänderung von  $\Sigma$ . Der Grenzfall sind die singulären Lagen.

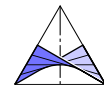
---

Angenommen es liegt momentan eine kleine Veränderung der sechs Beinlängen vor.

⇒ ∃ eindeutige Schraube  $\underline{q}$  welche die Momentanbewegung  $\Sigma/\Sigma_0$  beschreibt

⇒ Betrachten die Geschwindigkeitsvektoren der  $P_i$ :  $\mathbf{v}(P_i) = \mathbf{v}_\parallel(P_i) + \mathbf{v}_\perp(P_i)$

- Komponente  $\mathbf{v}_\parallel(P_i)$  ist voll kontrollierbar über die aktiven Schubgelenke.
- Somit kann nur  $\mathbf{v}_\perp(P_i)$  ein Indikator für die Unkontrollierbarkeit sein.



## [3c] EE unabhängiger PI für SGPen - $CTN(\mathcal{K})$

$\omega_{B_i} := \frac{\|\mathbf{v}_\perp(P_i)\|}{\|P_i - B_i\|}$  ..... Winkelgeschwindigkeit des  $i$ ten passiven Basisgelenkes

$\omega_{P_i}$  Winkelgeschw. des  $i$ ten passiven Plattformgelenkes

**Substitution:**  $\underline{\mathbf{q}} \longrightarrow -\underline{\mathbf{q}}$  und  $P_i \longrightarrow B_i$

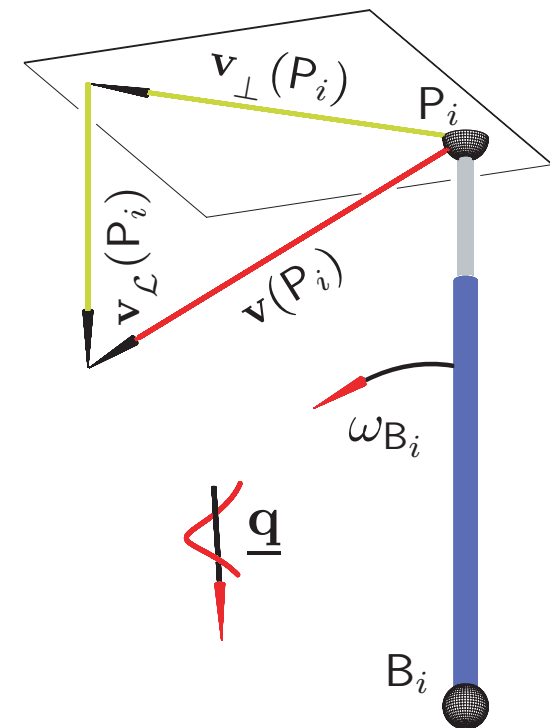
**Definition 8:** Die Control Number  $CTN(\mathcal{K})$  ist definiert als

$$CTN(\mathcal{K}) := +\sqrt{\lambda_- / \lambda_+},$$

wobei  $\lambda_-$  bzw.  $\lambda_+$  das Minimum bzw. Maximum der Zielfunktion

$$\zeta(\underline{\mathbf{q}}) = \sum_{i=1}^6 \omega_{B_i}^2 + \omega_{P_i}^2 = \underline{\mathbf{q}}^T \mathbf{Z} \underline{\mathbf{q}}$$

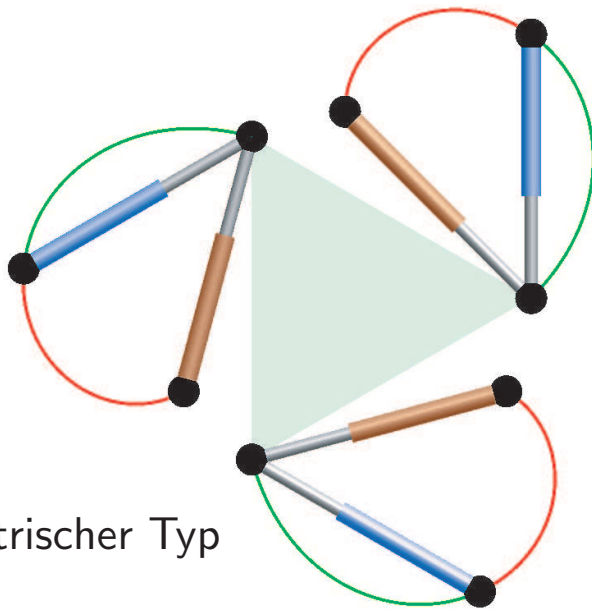
unter der Nebenbedingung  $\nu(\underline{\mathbf{q}}) : \mathbf{d}^T \mathbf{d} = \underline{\mathbf{q}}^T \mathbf{J}^T \mathbf{J} \underline{\mathbf{q}} = 1$  ist.



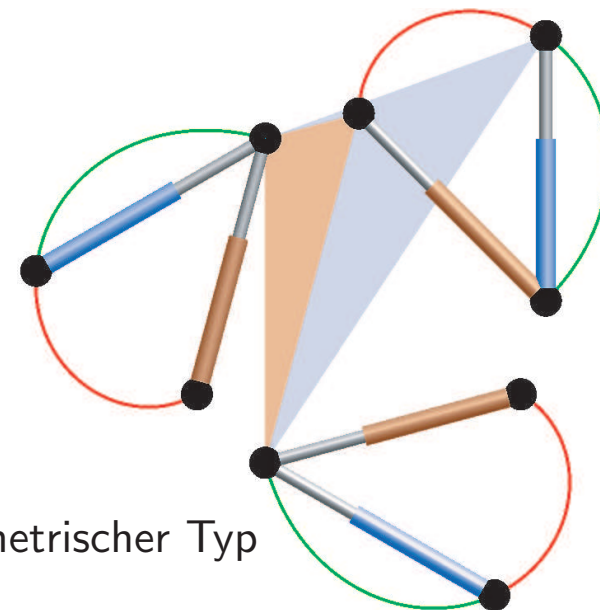
## [4a] 3-dof RPR Manipulatoren mit $CTN(\mathcal{K}) = 1$

**Definition der Konfigurationsmenge  $\mathcal{M}_{\mathcal{K}}^n$ :** Die Mengen  $\mathcal{M}_1^n$  und  $\mathcal{M}_2^n$  mit  
 $\mathcal{M}_1^n = \{B_1, \dots, B_n, P_1, \dots, P_n\}$ ,  $\mathcal{M}_2^n = \{l_1, \dots, l_n\}$  und  $n > 2$   
sind abgeschlossen gegenüber Drehungen von  $\frac{2\pi}{n}$  um einen gemeinsamen Punkt.

**Satz 9:**  $\mathcal{M}_{\mathcal{K}}^n$  hat eine zweiparametrische Menge (inkl. Ähnlichkeiten) von  $\mathcal{K}$ 's mit  $CTN(\mathcal{K}) = 1$ .



Symmetrischer Typ

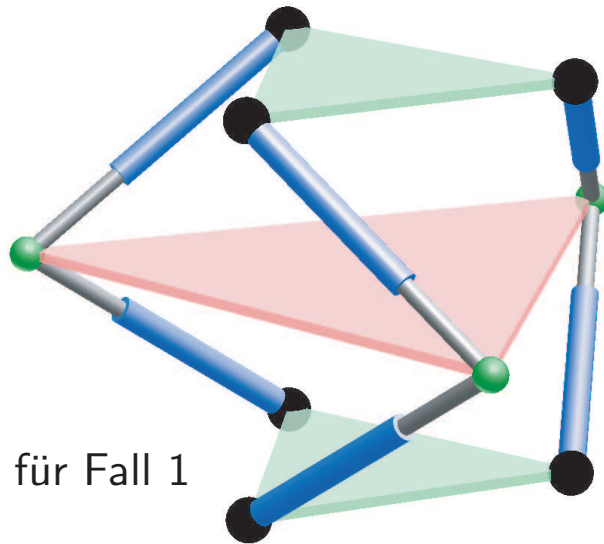


Asymmetrischer Typ

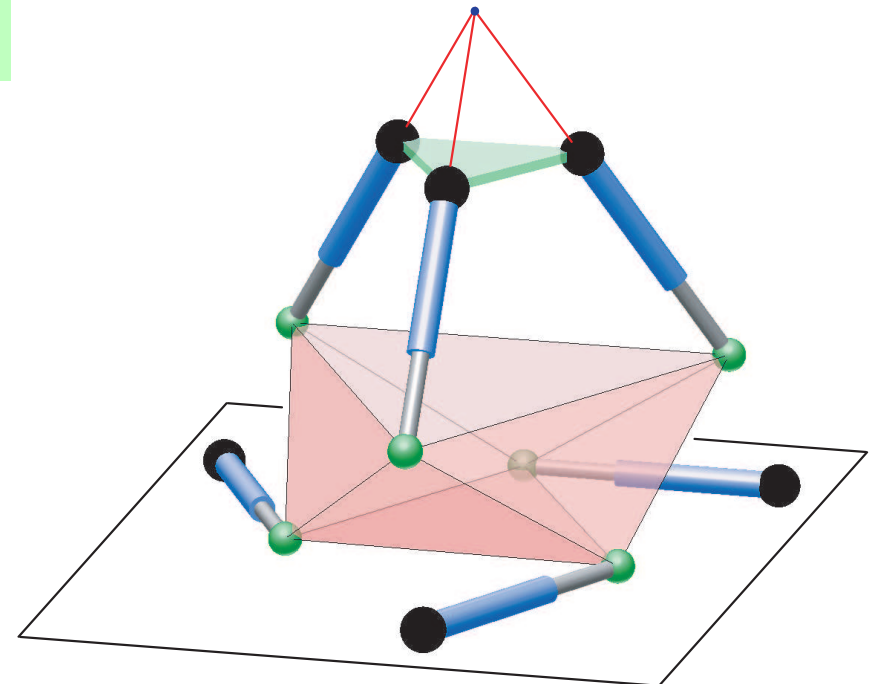
## [4b] SGPen mit $CTN(\mathcal{K}) = 1$

**Definition der Konfigurationsmenge  $\mathcal{S}_{\mathcal{K}}^g$ :** Die Mengen  $\mathcal{S}_1^g$ ,  $\mathcal{S}_2^g$  und  $\mathcal{S}_3^g$  mit  
 $\mathcal{S}_1^g = \{B_1, \dots, B_g, P_1, \dots, P_g\}$ ,  $\mathcal{S}_2^g = \{B_{g+1}, \dots, B_{2g}, P_{g+1}, \dots, P_{2g}\}$ ,  $\mathcal{S}_3^g = \{l_1, \dots, l_{2g}\}$   
und  $g > 2$  sind abgeschlossen gegenüber Drehungen von  $\frac{2\pi}{g}$  um eine gemeinsame Achse.

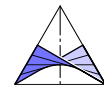
**Satz 10:** Eine vierparametrische Menge (inkl. Ähnlichkeiten) von  $\mathcal{S}_{\mathcal{K}}^g$  mit  $CTN(\mathcal{K}) = 1$  wurde berechnet.



Beispiel für Fall 1



Beispiel für Fall 2



# Literatur

- Angeles, J., (2002), *Fundamentals of Robotic Mechanical Systems. Theory, Methods, and Algorithms*, Springer, 2<sup>nd</sup> Edition (2002).
- Angeles, J., Lopez-Cajun, C.S., (1992), *Kinematic Isotropy and the Conditioning Index of Serial Robotic Manipulators*, Int. J. of Robotics Research 11(6) 560–571.
- Gosselin, C.M., (1992), *The optimum design of robotic manipulators using dexterity indices*, Robotics and Autonomous Systems 9 213–226.
- Hofer, M., Pottmann, H., Ravani, B., (2004), *From curve design algorithms to the design of rigid body motions*, The Visual Computer 20(5) 279–297.
- Kim, S.-G., Ryu, J., (2003), *New Dimensionally Homogeneous Jacobian Matrix Formulation by Three End-Effector Points for Optimal Design of Parallel Manipulators*, IEEE Transactions on Robotics and Automation 19(4) 731–737.
- Salisbury, J.K., Craig, J.J., (1982), *Articulated Hands: Force Control and Kinematic Issues*, Int. J. of Robotics Research 1(1) 4–17.
- Yoshikawa, T., (1985), *Manipulability of Robotic Mechanisms*, Int. J. of Robotics Research 4 (2) 3–9.

