

## Einige Gedanken zum Begriff Raumvorstellung

Beim sicheren Bewegen im **täglichen Leben** benötigen wir Kenntnisse über räumliche Verhältnisse und Anordnungen:

z.B. Einparken von Autos

Wegbeschreibungen

Eine ausgeprägte Raumvorstellung ist wichtig zur Ausübung folgender **Berufe**:

technische Bereich: Konstrukteur, Modellbauer, Automechaniker, Elektriker, Installateur,...

naturwissenschaftlicher Bereich: Physiker, Chemiker, Botaniker,...

künstlerischer Bereich: Architekt, Designer, Bildhauer

weilers für Mathematiker, Mediziner (Chirurgen, Neurologen) und Piloten.

In der **Schule** setzen Lernziele in vielen Unterrichtsgegenständen eine gute Raumvorstellung voraus:

Mathematik, Physik, Chemie, Biologie, Werkunterricht und vor allem die Geometrie.

So sind Mathematiklehrer oft erstaunt, daß manche Schüler bei der Berechnung von Pyramiden (Satzgruppe des Pythagoras) gewisse räumliche Dreiecke einfach nicht sieht; eine schlechte Raumvorstellung hindert also den Schüler an der Bewältigung der Mathematik-aufgabe.

Nach Angaben des Psychologen *BLOOM* (1971) sind bis zum 9./10. Lebensjahr rund 50% und bis zum 13./14. Lebensjahr bereits rund 80% (!) der Raumvorstellungsfähigkeit (gemessen an den Leistungen von Erwachsenen) entwickelt. Die Leistungskurve, die eine Steigerung der Raumvorstellung in Bezug zum Alter zeigt, weist zwischen 7 und 13 Jahren einen besonders starken Anstieg auf.

Raumvorstellung muß bereits **frühzeitig** und **ständig** geschult werden !

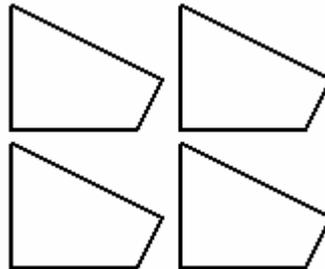
Die Fähigkeit zur Raumvorstellung ist glücklicherweise trainierbar; nachhaltige Erfolge in der Verbesserung des Raumvorstellungsvermögens erreicht man allerdings nur

durch eine **Förderung über einen längeren Zeitraum** (gesamte Schulzeit!) und durch **entsprechende** und vor allem **vielfältige** Problemstellungen

## Ebene Aufgaben

### Ebene Figuren zusammensetzen:

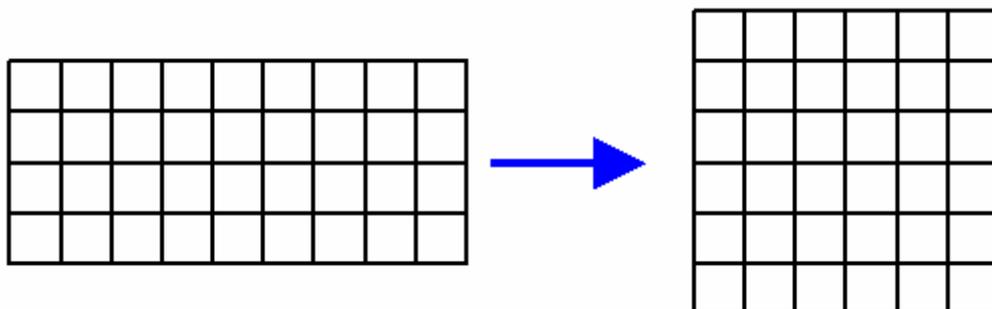
- ) Vier kongruente Figuren zu Quadrat zusammenlegen (2 Lösungen)



- ) „Geometrische Aufgaben“ zum TANGRAM und verwandte Spiele (PYTHAGORAS, RUNDES TANGRAM, DAS HERZ) - vgl. Blätter im Anhang
- ) Legespiele wie HEXTRIC oder das Blumenspiel
- ) Konstruktion von Polyominos - wie viele verschiedene Anordnungen von 3, 4, 5 oder 6 Quadraten mit gemeinsamen Kanten können gefunden werden?  
Bemerkung: für  $n=6$  sind die Würfelnetze (siehe weiter unten) enthalten

### Ebene Figuren zerlegen:

- ) Ein Rechteck ( $a:b = 9:4$ ) soll in zwei kongruente Teile, die anders zusammengelegt ein Quadrat ergeben, zerlegt werden  
Bemerkung: für  $a:b=(n+1)^2:n^2$  führt ein Schnitt mit  $2 \cdot (n-1)$  Knicken zum Ziel



- ) Zerlegungen des chinesischen Kreuzes

### Räumliche Interpretation ebener Figuren

- ) Umspringbilder (Spiel)
- ) Unmögliche Figuren (Escher)

## Eben - räumliche Aufgaben

### Würfelnetze:

- ) Aufgaben zu den Würfelnetzen (vgl. Arbeitsblatt CHARLY)  
Weitere Fragestellungen dazu:
  - Kennzeichnen der gemeinsamen Würfecken
  - Würfelnetze mit Symbolen für einen Spielwürfel gestalten
- ) Würfeltauchen (vgl. IBDG..)
- ) Zu axonometrischen Rissen eines Würfels mit verzierten Flächen ein Netz mit vorgegebener Verzierung ergänzen (Arbeitsblatt TEST?)

**Quadernetze:** (Analoge, allerdings schwierigere Aufgaben)

### Polyedernetze:

- ) Bestimme alle Anordnungen von 4 rm. Dreiecken; welche davon können als Netze von Tetraedern auftreten?
- ) Unter allen Anordnungen von 5,6,7 rm. Dreiecken sind jene zu bestimmen, die das Netz eines Körpers bilden.
- ) Oktaedernetze
- ) Bestimme Netze von konvexen Körpern mit kongruenten rm. Dreiecken; beschreibe die entstandenen Körper.

### Fliegen - Spinne - Aufgaben:

- ) Auf den Platonischen Körpern (Arbeitsblatt SPINNE)
- ) Am Hyperwürfelnetz

### Omi's Tischdeckchenkunst:

### Rißleseübungen:

- ) Grund-, Auf- und Kreuzriß von Modellen Herstellen
- ) Grund-, Auf- und Kreuzriß zu gegebenen axonometrischen Rissen herstellen
- ) Ermitteln von möglichen Körpern zu vorgegebenen GR, AR, KR
- ) Bei angegebenen GR und AR soll entschieden werden, welcher von mehreren weiteren gegebenen Rissen ein möglicher Kreuzriß ist
- ) Zu GR, AR sollen mögliche Objekte (KR) gefunden werden  
Bemerkung: Ohne Beschriftung der Ecken sind meist mehrere Lösungsmöglichkeiten vorhanden.

## Räumliche Aufgaben

### Würfelaufgaben:

- ) Welche räumlich verschiedenen Würfelanordnungen mit 3, 4, 5, ... Würfeln können gefunden werden (SOMA-Würfel,...)
- ) Erkennen, welche Würfelgruppierungen kongruent sind
- ) Würfeldrehungen
- ) Feststellen, aus wie vielen Würfeln ein Würfelhaufen besteht (Arbeitsblatt HAUFEN)
- ) Der Pharao und seine bunten Würfel (Arbeitsblatt PHARAO)
- ) Ebene Schnitte von Würfeln

### Polyederaufgaben: (analoge Aufgaben, meist schwieriger)

### Aufgaben mit Tschupikwürfeln:

- ) Drehen, Spiegeln
- ) Verschiedene Ansichten
- ) Analyse (in Hinblick auf Boole'sche Operationen)

### Möbiusband: (Die gedankliche Lösung vor der praktischen Durchführung führt sicher an die Grenzen der Raumvorstellung)

- ) Schneide das Möbiusband längs einer Mittellinie auf
- ) Schneide das Möbiusband längs einer zur Mittellinie parallelen Linie (1/3 der Bandbreite)
- ) Beide Aufgaben mit einem 360°- Möbiusband.
- ) 540°-Möbiusband und Schnitt mit der Mittellinie

## Räumliche Spiele

Mystery Shapes, Würfelmodelle, Vexierwürfel, Kugelmühle, Teufelsknoten, ....

## Kopfgeometrie

Analog zum Kopfrechnen im Mathematikunterricht, wo ohne technische Hilfsmittel einfache (oder auch schwierige) Rechen- oder Denkaufgaben „nur im Kopf“ gelöst werden, kann man auch im Geometrieunterricht geometrischen Aufgaben stellen, die ohne Verwendung von Papier und Bleistift gelöst werden sollen.

Als Einstieg in diese Art der Geometrie bieten sich virtuelle Spaziergänge im Schulgebäude (oder im Schulort) an:

**Aufgabe:** Wir schließen die Augen und gehen auf unsere virtuelle Reise: Wir starten im Klassenraum, wenden uns am Gang links bis zur ersten Treppe, gehen diese hinunter,....., durch die zweite Türe links in den Zielort. Wo befinden wir uns?

Einige Aufgaben zur Kopfgeometrie sollen die Möglichkeiten zur Schulung der Raumvorstellung aufzeigen; der Einfachheit halber Aufgaben verlassen wir bei den gestellten Problemen die Oberflächen unserer Objekte nie!

1) Wir starten im Mittelpunkt S einer Seitenfläche eines Tetraeders und begeben uns auf kürzestem Weg zur nächstgelegenen Seitenkante a; in der nun erreichten Seitenfläche bewegen wir uns parallel zu einer Seitenkante bis wir auf die nächste Seitenkante b treffen. Von hier aus geht es in der nun erreichten Seitenfläche normal zu b weiter bis wir wieder auf eine Seitenkante stoßen. Wir sind am Zielort E angelangt. Wie weit ist S von E entfernt?

2) Auf einer rm. quadratischen Pyramide starten wir im Mittelpunkt S einer Seitenfläche und bewegen uns auf kürzestem Weg  
a) in den Mittelpunkt E1 einer benachbarten Seitenfläche,  
b) in den Mittelpunkt E2 der gegenüberliegenden Seitenfläche.

3) Auf einem Würfel starten wir im Mittelpunkt S der Deckfläche und bewegen uns auf kürzestem Weg zu einer Seitenkante; in der nun erreichten Seitenfläche wandern wir parallel zu einer Diagonale bis zur nächsten Seitenkante a; wir wechseln in die andere Seitenfläche und gehen normal zur Seitenkante a bis wir eine weitere Seitenkante b erreichen. Wie weit ist der Zielort auf b vom Startpunkt S entfernt?

4) In der Deckfläche eines Würfels wandern wir (ausgehend von einer Würfecke S) auf einer Diagonalen  $\frac{1}{4}$  der Diagonalenlänge Richtung gegenüberliegende Ecke; von dort biegen wir ab, sodaß wir auf kürzestem Weg zur nächstgelegenen Seitenkante a gelangen; wir wechseln in eine Seitenfläche des Würfels und bewegen uns auf einer zu den Diagonalen parallelen Richtung auf die nächste Seitenkante b zu (wobei wir von den beiden möglichen Wegen den längeren wählen). Nach dem Wechseln auf die andere Seitenfläche, gehen wir normal zur Seitenkante b bis wir die Kante c erreichen. Von diesem Punkt versuchen wir die Deckfläche auf kürzestem Weg zu erreichen. Wie weit ist dieser Zielpunkt in der Deckfläche vom Startpunkt entfernt?