ZUR MATRIXDARSTELLUNG VON ZENTRALAXONOMETIEN

HANS HAVLICEK, Wien

Eine lineare Abbildung zwischen projektiv eingebetteten euklidischen Räumen werde *zentral* genannt, falls ihr Ausnahmeraum nicht unendlich fern liegt. Eine solche Abbildung kann nicht stets in der Form "Zentralprojektion mal Ähnlichkeit" faktorisiert werden. Wir zeigen folgendes Kriterium für die Existenz einer solchen Zerlegung:

Satz 1 *Es sei*

$$A = \begin{pmatrix} a_{00} & \cdots & a_{0n} \\ \vdots & & \vdots \\ a_{m0} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}$$

Koordinatenmatrix einer surjektiven zentral-linearen Abbildung ϕ *bezüglich homogener kartesischer Koordinaten. Setzen wir*

$$\mathbf{a}_i := (a_{i1}, \ldots, a_{in}) \in \mathbb{R}^n \textit{ für alle } i = 0, \ldots, m$$

und

$$\widetilde{A} := \begin{pmatrix} \mathbf{a}_1 - \frac{\mathbf{a}_0 \cdot \mathbf{a}_1}{\mathbf{a}_0 \cdot \mathbf{a}_0} \mathbf{a}_0 \\ \vdots \\ \mathbf{a}_m - \frac{\mathbf{a}_0 \cdot \mathbf{a}_m}{\mathbf{a}_0 \cdot \mathbf{a}_0} \mathbf{a}_0 \end{pmatrix},$$

so gilt:

1. ϕ *gestattet eine Zerlegung in eine Zentralprojektion und eine Ähnlichkeit genau dann, falls der kleinste Singulärwert der Matrix* $\widetilde{A}$ *eine Vielfachheit* $\geq 2m - n + 1$ *besitzt.*

2. ϕ *gestattet eine Zerlegung in eine orthogonale Zentralprojektion und eine Ähnlichkeit genau dann, falls eine reelle Zahl* $v > 0$ *mit der Eigenschaft*
$$\widetilde{A}\widetilde{A}^{\mathrm{T}} = \operatorname{diag}(v, \ldots, v).$$
existiert.