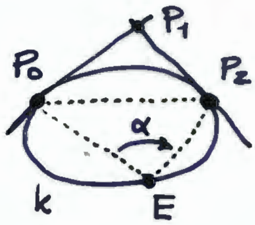
(nicht entartete) Kegelschnitte K .. echter Schiefkörper

E. BERZ, B. SEGRE, W. KRÜGER, R. ARTZY, L. A. ROSATI, R. RIESINGER, L. VOGT, H. H. (1962 – 1989)

Definition nach J. STEINER

α ... Projektivität mit $(P_0P_2)^\alpha \neq P_0P_2$



① Parameterdarstellung k ... $(1, t, t^2)K$, $t \in K \cup \{\infty\}$

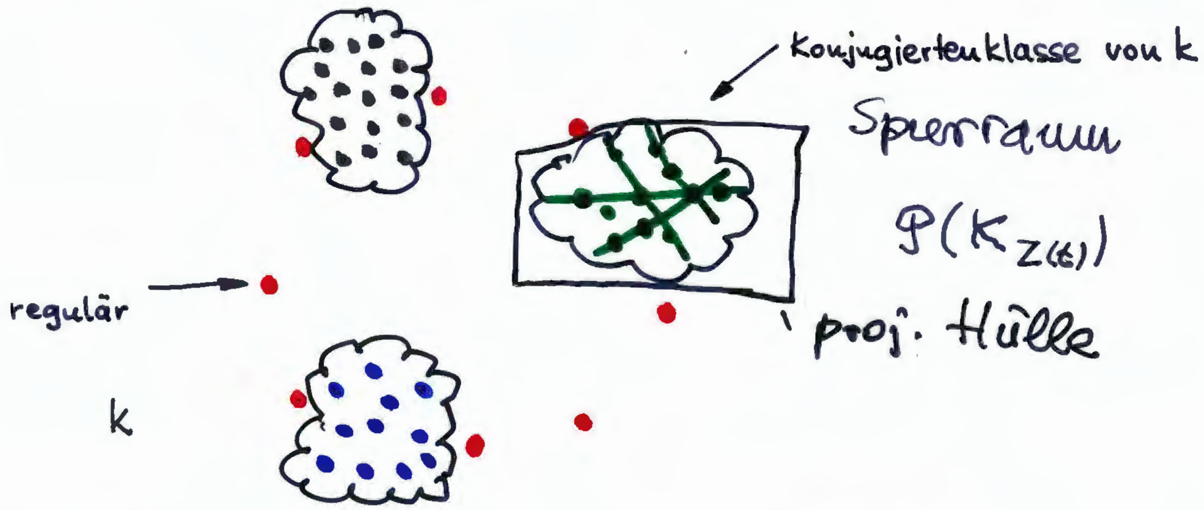
② $\exists$ Geraden, die mit k mehr als zwei Punkte gemeinsam haben.

$Q_0, Q_1 \in k$ heißen konjugiert $:\Leftrightarrow$ $Q_0 = Q_1$ oder $|Q_0Q_1 \cap k| > 2$

③ $t_0, t_1 \in K$ t_0, t_1 konjugiert in K $\Leftrightarrow$ Q_0, Q_1 sind konjugierte Punkte von k.

$t \in Z(K) \cup \{\infty\}$ ..... $(1, t, t^2)K$ (bzw. $(0,0,1)K$ für $t = \infty$) ist regulärer Punkt von k.

$\exists$ mindestens drei reguläre Punkte von k $(0, 1, \infty)$.



n.e. Normkurve .... $(1, t, t^2, \ldots, t^n)K$, $t \in K \cup \{\infty\}$

$|K : Z(t)|_r = |t : Z(K)|$ falls eine Seite endlich

geom. Beweis!

Schnitt Normkurve – Hyperebene (nicht durch P_u)

$a_n t^n + \dots + a_1 t + a_0 = 0 \qquad (a_n \neq 0)$

GORDON – MOTZKIN : Höchstens n Konjugiertenklassen enthalten Nullstellen von $a_n t^n + \dots + a_1 t + a_0$

Tangenten, Schmiegunterräume, ...

Char K !! (H. TIMMERMANN, A. HERZER)

Beispiel: Normkurve über dem Quaternionenschiefkörper $\mathbb{H}$

$Z(\mathbb{H}) =: \mathbb{R}$, $\quad Z(t) \cong \mathbb{C} \;\; \forall\, t \in \mathbb{H} \setminus \mathbb{R}$