

Über Kegelschnitte in Ebenen der Charakteristik 2

Wir zeigen, daß sich die Hyperoskulation zweier Kegelschnitte in einer projektiven Pappos-Ebene der Charakteristik 2 bereits unter recht schwachen Bedingungen herleiten läßt. Dazu werden allgemeiner Kegelschnitte mit einem gemeinsamen Linielement und Kegelschnitte mit gemeinsamem Knoten untersucht.

Im folgenden ist durchwegs eine *nichtfanosche projektive Pappos-Ebene* $\Pi = (\mathcal{P}, \mathcal{G})$ gegeben, also eine projektive Ebene mit einem kommutativen Grundkörper K der Charakteristik 2.

Satz 1. *Gegeben sind zwei Kegelschnitte k, l mit einem gemeinsamen Linielement (P, p) . Es existiert genau dann eine perspektive Kollineation κ mit Achse p und $k^\kappa = l$, falls k und l denselben Knoten besitzen.*

Satz 2. *Sind k und l zwei Kegelschnitte mit einem gemeinsamen Punkt P und demselben Knoten N , so enthält die Menge aller nichttrivialen perspektiven Kollineationen mit Achse $p := PN$ und $k \rightarrow l$ entweder nur Elationen oder nur Homologien. Für alle Punkte $1 \in k \setminus \{P\}$ und $1' \in l \setminus \{P\}$ gibt es genau eine perspektive Kollineation κ_1 mit Achse p , $1^{\kappa_1} = 1'$ und $k^{\kappa_1} = l$.*

Satz 3. *Zwei Kegelschnitte k, l hyperoskulieren einander genau dann, wenn sie eine Tangente p gemeinsam haben und es eine Elation ε mit Achse p und $k^\varepsilon = l$ gibt.*

Satz 4. *Für zwei Kegelschnitte k, l sind folgende Aussagen äquivalent: a) Es gibt eine perspektive Kollineation σ mit dem Knoten N von k als Zentrum und $k^\sigma = l$. b) Es gibt genau eine perspektive Kollineation σ mit dem Knoten N von k als Zentrum und $k^\sigma = l$. c) Die Kegelschnitte k und l haben dieselbe Tangentenmenge. d) Die Kegelschnitte k und l haben mindestens drei paarweise verschiedene Tangenten gemeinsam.*

Satz 5. *Ist der Grundkörper K von Π ein vollkommener Körper der Charakteristik zwei, so hyperoskulieren zwei Kegelschnitte k, l einander genau dann, wenn es eine Elation η gibt, die den Knoten von k als Zentrum besitzt, und $k^\eta = l$ leistet.*