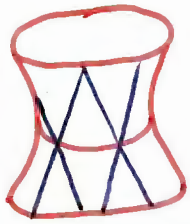
Klassische Kreisgeometrie



ovale Quadrik | Ringquadrik | qu. Kegel

Projektive Gerade über den ....

komplexen Zahlen | Doppelzahlen | dualen Zahlen

Konformer Abschluß einer...

euklidischen | pseudoeuklidischen | isotropen

Ebene

Kreise (Ketten, Zykel) – DV reell.

Parallele Punkte A, B : $\begin{cases} A = B \\ A, B \text{ nicht konzyklisch} \end{cases}$

Möbius – | Minkowski – | Laguerre –

Geometrie

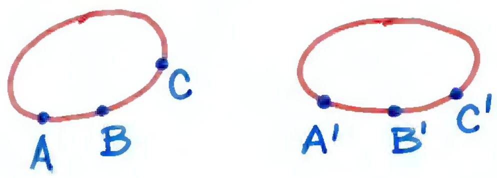
Kreisverwandtschaft (Kettenverwandtschaft, Automorphismus, Möbius-Trafo, ...)

Bijektion $\mu : \phi \to \phi$, μ, μ^{-1} Kreistreu ; $Aut(\phi)$.

Fortsetzungssatz:

μ ... Automorphismus $\Rightarrow$ $\exists^* \varkappa \in PGL(\phi)$ mit $\varkappa | \phi = \mu$.

Angabe



$\exists$ mindestens ein $\mu \in Aut(\phi)$ mit $A \mapsto A'$, $B \mapsto B'$, $C \mapsto C'$

$\underbrace{\text{MÖBIUS} \qquad \text{MINKOWSKI}}_{\text{genau } 2 \,\ne}$

LAGUERRE

unendlich viele $\ne$

ENGERE LAGUERRE-GRUPPE
($\pm\sphericalangle$-treu)
genau 2

$M_6 = M_6^+ \cup M_6^-$ $\quad Mi_6 = Mi_6^+ \cup Mi_6^-$ $\quad L_6 = L_6^+ \cup L_6^-$

$\mu \in (\quad)_6^+ \iff \varkappa \in PGL^+(\phi)$

$\mu \in (\quad)_6^+$, $A^\mu = B$, $B^\mu = A$, $A \ne B$ $\Rightarrow$ μ ist Involution

Fixpunkte von $\mu \in (\quad)_6$, $\mu \neq id_\Phi$

Zurückführen auf

- involutorische automorphe Kollineationen von Φ
- vertauschbare Punktepaare

involutorische Kollineation

(1) gleichsinnig mit Fixpunkt .... hyp. windschiefe Involution

(2) .... ohne ... ell. .....

(3) gegensinnig ... Projektivspiegelung.

MÖBIUS

- (1) → $\boxed{\text{M-Involution}}$ → Inversion
- (3) → Antiinversion; → M-Involution

COOLIDGE
MEHMKE
LÖBELL
STRUBECKER
JEGER, RUOFF.
SCHAAL

MINKOWSKI

- (1) → ....
- (2) → ....
- (3) → $\boxed{\text{Inversion}}$

Die Inversionen erzeugen NICHT die Minkowski-Gruppe.

alternativ: Fasse Φ als SEGRE Mf. auf $(\otimes)$

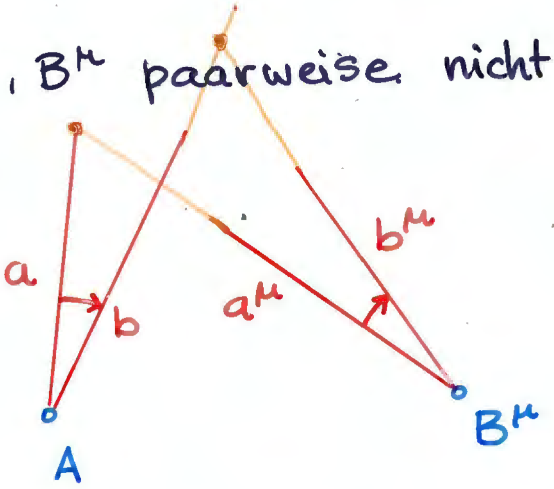
LAGUERRE

- (1) → L-Umwendung
- (3) → ....

STRUBECKER

Fixpunkte von $\mu \in (\ )_6^-$

$A,\ A^\mu = B,\ B^\mu$ paarweise nicht parallel



$A^\mu = B = \infty$

$$\sphericalangle(a,b,A) = -\sphericalangle(a^\mu, b^\mu, A^\mu) = +\sphericalangle(a^\mu, b^\mu, B^\mu)$$

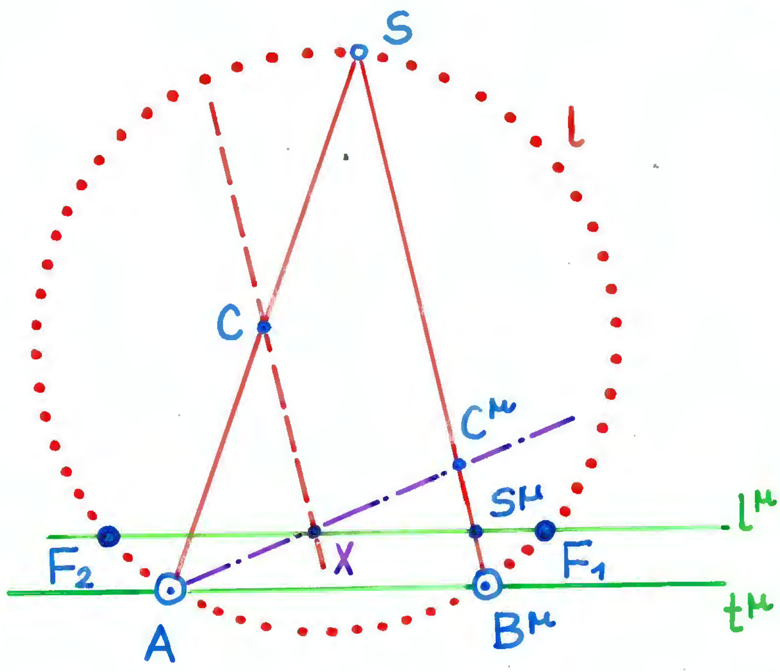
gleichsinnig $\sphericalangle$-treue Abbildung

Peripheriewinkelsatz $\Rightarrow \{xx^\mu | \ldots\}$ ist Kreis $l \setminus \ldots$

(Sonderfälle!)

Fixpunkte sind genau die Elemente von $l \cap l^\mu$.

$A^\mu = B = \infty$

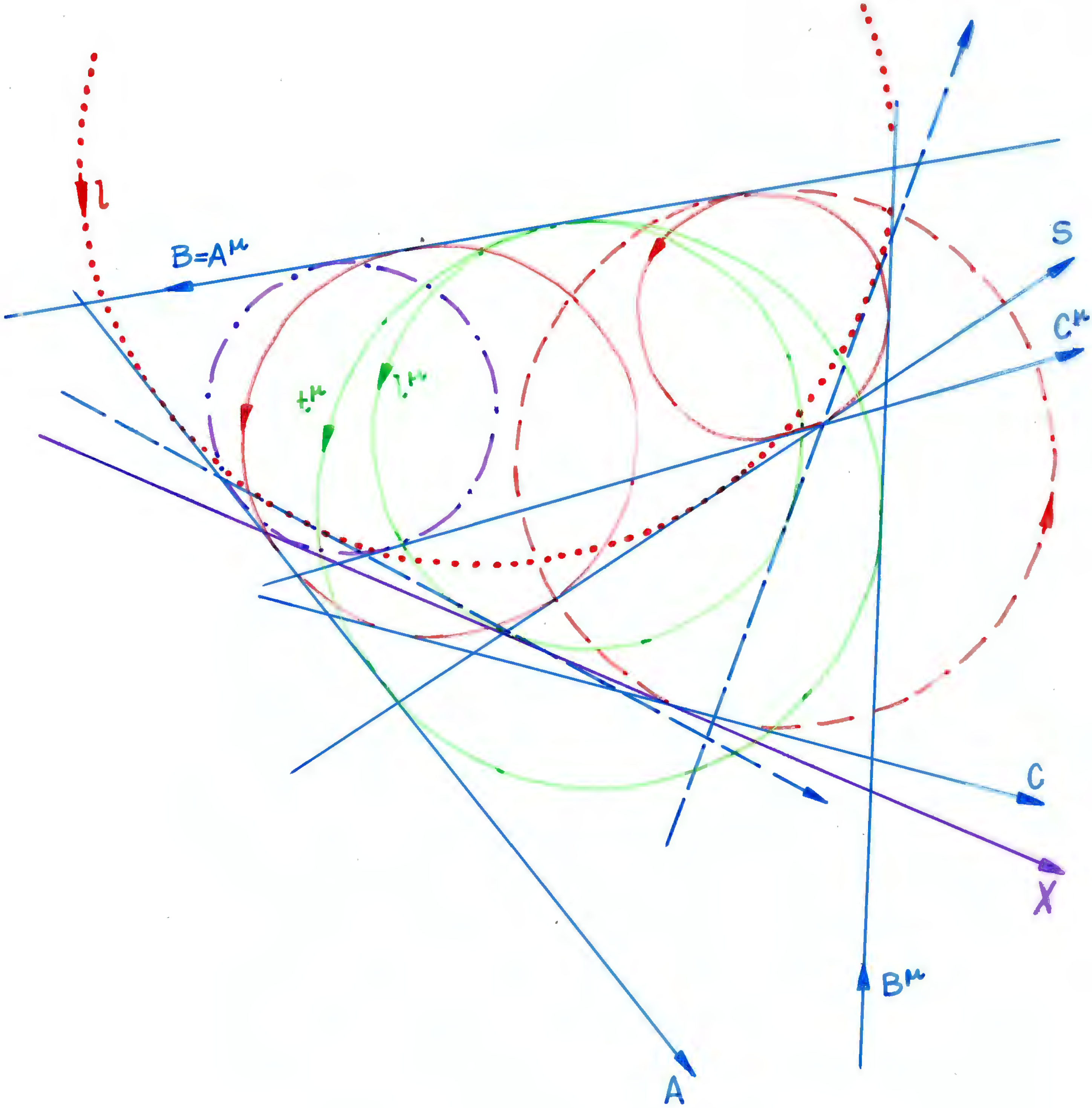


t... Tangente an l in A (Berührkreis)

$t^\mu = (A B^\mu \infty)$ berührt l^μ in ∞

$S \in l \Rightarrow S^\mu \in l^\mu$

$$TV(A,C,S) = DV(A,C,S,\infty) \underset{\substack{\uparrow \\ \text{weil} \in \mathbb{R}}}{=} DV(\infty, C^\mu, S^\mu, B^\mu) = TV(B^\mu, S^\mu, C^\mu)$$



l
B=A^μ
t^μ
l^μ
S
C^μ
C
X
B^μ
A