



TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
WIEN
Vienna University of Technology

DIPLOMARBEIT

Katalogisierung ebener und räumlicher kinematischer Modelle
des Instituts für Diskrete Mathematik und Geometrie

Ausgeführt am Institut für
Diskrete Mathematik und Geometrie
der Technischen Universität Wien

unter der Anleitung von Priv.-Doz. Dr.techn. Mag.rer.nat. Georg Nawratil

durch

Anja Gerstendorfer
Dornacher Straße 12, 4040 Linz

und

Marta Tükör
Gutenhoferstraße 22-26/2/21, 2325 Himberg bei Wien

Kurzzusammenfassung

Diese Arbeit handelt von der Erstellung zweier Onlinekataloge über die ebenen bzw. räumlichen kinematischen Modelle des Instituts für Diskrete Mathematik und Geometrie der Technischen Universität Wien. Speziell beschäftigt sie sich mit den damit verbundenen Arbeitsschritten und Herausforderungen. Um die Schwierigkeiten der Unterscheidung der verschiedenen Bewegungsmöglichkeiten der einzelnen Modelle besser zu verstehen, findet man auch eine Erklärung für die unterschiedlichen kinematischen Bewegungsformen (starr, kippend, wackelig und beweglich). Abschließend haben wir auch einige Screenshots des fertigen Werkes hinzugefügt, welches unter dem Link: <http://www.geometrie.tuwien.ac.at/kinmodelle/> zu finden ist.

Abstract

This thesis deals with the creation of two online catalogues of planar and spatial kinematic models of the Institute of Discrete Mathematics and Geometry, Vienna University of Technology. In particular, it deals with the work steps and challenges associated with the making of the catalogues. In order to better understand the difficulties of differentiating the various possibilities of movement of the individual models, we also included an explanation of the different kinds of kinematic flexibility (rigid, flipping, infinitesimally flexible and (continuously) flexible). Finally, we have also added some screenshots of the final catalogues, which can be found under the link: <http://www.geometrie.tuwien.ac.at/kinmodelle/> .

Danksagung

Wir möchten uns an dieser Stelle bei all jenen Menschen bedanken, die uns bei der Durchführung dieser Arbeit unterstützt haben.

Allen voran gilt unser Dank unserem Betreuer Georg Nawratil, welcher nicht nur die Idee zu dieser Arbeit hatte, sondern uns auch durchgehend bestmöglich unterstützt hat. Abgesehen von seiner fachlichen Expertise, mit welcher er uns zur Seite stand, half er uns auch in organisatorischen Belangen weiter, wie zum Beispiel beim Finden eines passenden Arbeitsplatzes, dem Sozialraum des Instituts.

In diesem Zimmer fand zur Mittagszeit oft ein reger Austausch mit etwaigen Institutsangehörigen statt. Besonderer Dank geht dabei an die Herren Hans Havlicek, Friedrich Manhart und Martin Peternell, welche uns immer wieder Anregungen zur weiteren Recherche gaben.

An dieser Stelle möchten wir auch noch Hellmuth Stachel danken, welcher uns immer noch weiterhelfen konnte, wenn wir mit unserem Latein am Ende waren.

Außerdem gilt unser Dank noch den Sekretärinnen Doris Hotz und Birgit Slama, welche uns unzählige Male diverse Räume und Schaukästen aufsperrten.

Zu Dank verpflichtet bin ich, Marta Tükör, auch meinen Freunden und meiner Familie, besonders meiner Schwester Magdalena Tükör, welche mich schon während des gesamten Studiums unterstützt hat.

Auch ich, Anja Gerstendorfer, möchte an dieser Stelle meine Familie und Freunde nicht unerwähnt lassen. Im Speziellen danke ich meiner Schwester Lisa Gerstendorfer, dafür, dass sie immer ein Vorbild in Punkto Lernverhalten war, und der DG-Meute, ohne die ich diesen Pfad vermutlich nicht bis zum Ende gehen hätte können.

Inhaltsverzeichnis

0. Vorwort	4
1. Einleitung.....	5
2. Kinematische Grundlagen	5
3. Arbeit – Vorgehensweise und Herausforderungen	8
3.1. Existierende Modellkataloge am Institut.....	8
3.1.1. Access-Dateien	11
3.2. Modelle.....	14
3.3. Beweglichkeit bestimmen.....	20
3.4. Namensgebung.....	25
3.5. Modellfotos.....	27
3.6. Literaturhinweise zusammentragen.....	32
4. Sammlung kinematischer Modelle	34
4.1. Modelle der ebenen Kinematik.....	35
4.2. Modelle der Raumkinematik.....	49
5. Conclusio.....	64
6. Abbildungsverzeichnis	65
7. Quellenverzeichnis	67

0. Vorwort

Da es sich hierbei um eine Gemeinschaftsarbeit handelt, müssen wir an dieser Stelle noch vermerken, wer von uns welchen Teil der Arbeit verfasst hat.

Die Kapitel [1. Einleitung](#) und [5. Conclusio](#) haben wir gemeinsam geschrieben.

Die von Anja Gerstendorfer behandelten Kapitel sind:

- [2. Kinematische Grundlagen](#) zur Gänze
- [3.1.1 Access-Dateien](#) zur Gänze
- [3.3. Beweglichkeit bestimmen](#) ab Abbildung 19
- [3.4. Namensgebung](#) zur Gänze
- [3.6. Literaturhinweise zusammentragen](#) zur Gänze

Die von Marta Tükör behandelten Kapitel sind:

- [3. Arbeit – Vorgehensweise und Herausforderungen](#)
- [3.1. Existierende Modellkataloge am Institut](#) zur Gänze
- [3.2. Modelle](#) zur Gänze
- [3.3. Beweglichkeit bestimmen](#) bis einschließlich Abbildung 19
- [3.5. Modellfotos](#) zur Gänze
- [4. Sammlung kinematischer Modelle](#) zur Gänze

Die Arbeit mit den Modellen haben wir uns aufgeteilt, indem jede in etwa die Hälfte der Objekte bearbeitet hat.

1. Einleitung

Das Institut für Diskrete Mathematik und Geometrie der Technischen Universität Wien hat eine ausgesprochen große Sammlung an Modellen. Dabei handelt es sich zum Teil um Modelle von speziellen oder allgemein bekannten Flächen. Auch Werkzeuge, welche in der Geometrie verwendet werden können, wie zum Beispiel Integraphen oder Ellipsenzirkel, kommen häufig vor. Unser Augenmerk richtet sich jedoch auf die zahlreich vorhandenen Modelle aus der Kinematik, sowohl aus der ebenen als auch aus der räumlichen. Das auffälligste dieser Modelle, welches jedem, der an dieses Institut kommt, ins Auge sticht, ist der Getriebeschaukasten, welcher von Wilhelm Fuhs und Walter Wunderlich entworfen und von den Wiener Schwachstromwerken produziert wurde. Durch das Alter vieler Modelle und der Tatsache, dass sich die Besetzung des Instituts inzwischen mehrfach geändert hat, sind einige dieser Modelle in Vergessenheit geraten.

Im Rahmen des Seminars aus höherer Geometrie bot Georg Nawratil an, unter dem Vorbild eines bereits bestehenden Onlinekataloges „Sammlung mathematischer Modelle“ des Instituts, eine Modellsammlung aller ebenen kinematischen Modelle zu erstellen. Da dies den Rahmen eines Seminars mit zwei Semesterwochenstunden jedoch sprengte, entschieden wir, Anja Gerstendorfer und Marta Tükör, uns, dieses Thema in unserer Diplomarbeit weiter zu behandeln und auf die Modelle der Raumkinematik zu erweitern.

Unser Bestreben war es, alle kinematischen Modelle des Instituts in einem Onlinekatalog zu erfassen. Aufgrund der Übersichtlichkeit entstanden im Laufe der Arbeit daraus zwei einzelne Kataloge, einer zu den ebenen und einer zu den räumlichen Objekten. Auf diese Weise können sich alle, speziell die Vortragenden und Zuhörenden von Kinematikvorlesungen, einen Überblick über die zum Thema vorhandenen Modelle am Institut verschaffen und diese dann als Anschauungsmaterial nutzen. Außerdem bot sich durch unsere monatelange Arbeit mit den Modellen die Möglichkeit, einige nicht mehr einwandfrei funktionierende Modelle zu reparieren. Auch am Getriebeschaukasten wurden durch den Anstoß unserer Arbeit kleine Mängel beseitigt.

Im Rahmen dieser schriftlichen Arbeit soll unsere Vorgehensweise bei der Erstellung der „Sammlung kinematischer Modelle“ dargelegt werden. Auch die Probleme und Herausforderungen, die sich bei der Arbeit an einem Katalog dieser Art ergeben, sollen aufgezeigt werden. Beginnen möchten wir allerdings damit, den kinematisch grundlegenden Begriff der Beweglichkeit zu klären.

2. Kinematische Grundlagen

Die Kinematik wird auch Bewegungslehre genannt und beschäftigt sich mit den Gesetzmäßigkeiten bei Lageänderungen von Objekten (vgl. Wunderlich, S. 9). Dementsprechend ist es natürlich essentiell die verschiedenen Formen der Beweglichkeit zu kennen und auch unterscheiden zu können, wenn man sich mit

kinematischen Sachverhalten auseinandersetzt. Dabei wird allgemein nicht nur in beweglich oder nicht beweglich (starr) unterteilt, sondern auch in diverse Zwischenstufen.

In unseren Katalogen haben wir die Modelle in vier Beweglichkeitskategorien gegliedert: starr, kippend, wackelig und beweglich, welche wir hier nun definieren wollen.

Um die Beweglichkeit eines Objektes zu untersuchen, berechnet man die möglichen Lösungen eines Gleichungssystems. Die Gleichungen sagen dabei aus, wie die der Struktur angehörenden Elemente (zum Beispiel Stäbe oder Seitenflächen) zueinanderstehen können, ohne dabei die Größe, Gestalt oder Kombinatorik des Modells zu ändern. Die Ergebnisse kann man folgendermaßen interpretieren (vgl. Stachel (1995), S. 2 und Stachel (2010), S. 24 f):

- Eine Lösung bzw. mehrere inkongruente Lösungen, welche „weit genug“ auseinander liegen → *Starrheit*:

Eine Struktur heißt starr (rigid), wenn seine Form eindeutig bestimmt ist (global starr bzw. globally rigid) oder weitere inkongruente Lösungen zulässt, welche nicht ineinander übergeführt werden können (lokal starr bzw. locally rigid).

- Inkongruente Lösungen, wobei mindestens zwei „nahe genug“ beisammen liegen → *Kippen*:

Liegen zwei dieser erwähnten Lösungen hinreichend nahe beisammen, so kann ein Modell, je nach verwendeten Gelenken und Materialien, dazu gebracht werden, von einer dieser Lagen in die zweite zu springen. Diese Art der Bewegung wird auch als kippend (flipping, snapping oder auch multi-stable) bezeichnet. Die Schwierigkeit besteht darin, die Nähe zwischen zwei inkongruenten Lösungen zu messen und einen Grenzwert für das Kippen zu bestimmen, da dieser, wie bereits erwähnt, zusätzlich vom Gelenkspielraum und der Materialverformung abhängt.

- Eine Mehrfachlösung → *Wackeligkeit*:

Diese Form der Beweglichkeit wird wackelig (shaky) oder auch infinitesimal beweglich (infinitesimally flexible) genannt. Ein solches Modell ist aufgrund von Gelenkspielraum und Materialverformung in einem begrenzten Rahmen beweglich.

- Unendlich viele untereinander inkongruente Lösungen → (*Endliche*) *Beweglichkeit*:

Wie sich ein Modell, welches als (endlich) beweglich ((continuously) flexible) bezeichnet wird, verhalten soll, liegt auf der Hand.

Wie bereits erwähnt, handelt es sich dabei nur um die Einteilung, für welche wir uns entschieden haben. In anderen Literaturen gibt es durchaus auch abweichende oder weiterführende Definitionen. So unterscheiden zum Beispiel Graver, Servatius und Servatius in ihrem Werk gleich vier Arten der Starrheit (vgl. Graver et al., S. 1-7). Außerdem kann man auch die Wackeligkeit in verschiedene Ordnungen (infinitesimale flexibility of different order) unterteilen. Wobei man um diese Ordnung zu berechnen nicht nur ein Gleichungssystem, sondern eine ganze Reihe davon schrittweise

untersuchen muss. Das bedeutet, wenn das System für die Wackeligkeit erster Ordnung lösbar ist, so liefert es zugleich die Werte für das System zweiter Ordnung. Dieses definiert wiederum, sofern es gelöst werden kann, die Werte für die Gleichungen zur Wackeligkeit dritter Ordnung etc. (vgl. Stachel (2010), S. 25).

Dass die Unterscheidung dieser Kategorien auch für renommierte Wissenschaftlerinnen und Wissenschaftler nicht zu unterschätzen ist, zeigt das Beispiel des Vierhorns (Abb. 1). Dieses Objekt wurde auf der schweizer Wissenschaftsausstellung „Phänomene“ 1984 von Caspar Schwabe als endlich bewegliches Polyeder vorgestellt. Walter Wunderlich half ihm später dabei, die tatsächliche Bewegungsform zu berechnen. Es konnte letztendlich bewiesen werden, dass das Vierhorn nur zwischen drei Konfigurationen hin- und herkippt, wobei die zwei platten Formen zusätzlich sogar wackelig sind (vgl. Stachel (1995) S. 8). Die Löcher, welche man in Abbildung 1 erkennen kann, wurden aufgrund der Volumenänderung eingefügt. Da es von einer platten Form ohne Volumen, zu einer räumlichen mit positivem Luftinhalt und wieder zu einer platten wechselt, muss die Luft einströmen und entweichen können, um das Modell bei dem Vorgang nicht zu beschädigen. Dies allein ist bereits ein Beweis dafür, dass es sich unmöglich um eine bewegliche Struktur handeln kann, da Idzhad Khakovich Sabitov die Bellows Hypothese, welche besagt, dass das Volumen eines jeden beweglichen Polyeders im euklidischen 3-Raum während der Bewegung stets konstant bleibt, bewiesen hat (vgl. Stachel (2018), S. 54). Dieser Beweis wurde allerdings erst 1996 veröffentlicht, also zwölf Jahre nach der „Phänomene“.

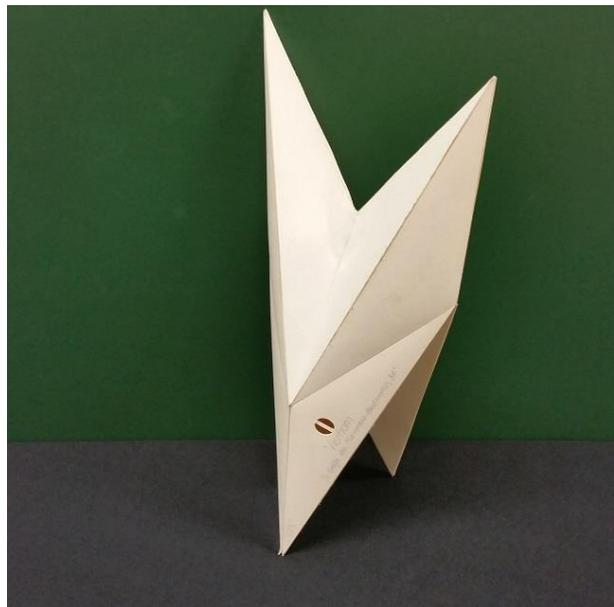


Abbildung 1: Das Vierhorn (Modell Nr. 46 aus dem räumlichen Katalog)

Dieses Phänomen, dass ein physisches Modell beweglich wirkt, obwohl es eigentlich „nur“ zwischen mehreren Konfigurationen kippt, nennt man auch Modellflexibilität. Daher wird diese Bewegungsform in unserer Einteilung auch als „kippend“ eingestuft.

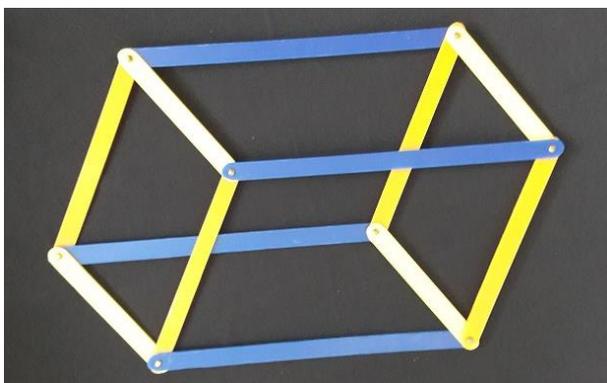


Abbildung 2: Ein merkwürdiges Zwölfstabgetriebe (Modell Nr. 69 aus dem ebenen Katalog)

Das Beispiel des Vierhorns zeigt außerdem auf, dass in einem Modell auch verschiedene Arten der einleitend unterschiedenen Bewegungsformen auftreten können. In diesem Zusammenhang sollte abschließend noch das Phänomen der Kinematotropie erwähnt werden. Denn es gibt Mechanismen, welche je nach Konfiguration unterschiedliche Beweglichkeiten hinsichtlich der

Dimension zulassen. Ein Beispiel eines derartigen kinematotropischen Mechanismus wäre das merkwürdige Zwölfstabgetriebe nach Walter Wunderlich (Abb. 2), welches in unserer Sammlung gleich vierfach vorkommt und sowohl 1-dimensionale als auch 2-dimensionale Beweglichkeit besitzt.

3. Arbeit – Vorgehensweise und Herausforderungen

Zuerst möchten wir einen Überblick über unsere Vorgehensweise liefern und dann auf die einzelnen Arbeitsschritte genauer eingehen und dabei auch die spezifischen Herausforderungen thematisieren. Natürlich gingen die Arbeitsschritte nicht linear geordnet von statten, sondern wir mussten immer wieder zu einem früheren Schritt zurückkehren und Änderungen vornehmen, wenn sich neue Informationen ergaben, wodurch vorherige Entscheidungen revidiert werden mussten.

Das Vorbild für unsere Homepage war, wie bereits erwähnt, der bestehende Onlinekatalog „Sammlung mathematischer Modelle“. Nachdem wir uns etwas mit diesem beschäftigt hatten, suchten wir alle ebenen Modelle, die wir in unseren Katalog aufnehmen wollten und fingen an, sie zu reinigen und wo es uns möglich war, sie auch zu reparieren. Die Grundlage für den Onlinekatalog der ebenen Kinematik bildet eine Access-Datei, welche wir für die Bedürfnisse und Gegebenheiten der kinematischen Modelle angepasst haben und anschließend beschäftigten wir uns mit den einzelnen Modellen. Wir eruierten, was die jeweiligen Objekte veranschaulichen oder darstellen, um sie zu sortieren und ihnen passende Namen zu geben. Außerdem bestimmten wir ihre Beweglichkeit, was der wichtigste und teilweise auch schwierigste Teil unserer Arbeit war. Am Ende trugen wir Literaturhinweise zu den einzelnen Modellen zusammen und fertigten Bilder an, von denen wir je maximal drei für die Homepage auswählten.

Für den Katalog der räumlichen kinematischen Modelle wandten wir die gleiche Vorgehensweise an.

3.1. Existierende Modellkataloge am Institut

Als Vorbild oder auch Vorlage für unsere Arbeit diente die Homepage der „Sammlung mathematischer Modelle“, welche ebenfalls vom Institut für Diskrete Mathematik und Geometrie unter: <http://www.geometrie.tuwien.ac.at/modelle/> online gestellt wurde.

Auf dieser Homepage wird zuerst die Modellsammlung vorgestellt (siehe Abbildung 3) und dann ihre Geschichte (Abb. 4) kurz umrissen. Über eine Übersicht mit jeweils drei Modellen (Abb. 5) gelangt man zu den einzelnen Objekten. Zu jedem Modell gibt es eine Beschreibung, bis zu drei Bilder, Angaben über die Größe und das Material, eine Auflistung passender Fachgebiete, manchmal auch Literaturhinweise, etwaige Kataloge und Katalognummern, Informationen über die Herstellerin oder den Hersteller und falls bekannt auch über den Vertrieb, wie in Abbildung 6 zu sehen ist.



Institute of Discrete Mathematics and Geometry
Differential Geometry and Geometric Structures



TECHNISCHE UNIVERSITÄT WIEN
Vienna University of Technology

[Main Page](#) | [Sammlung mathematischer Modelle](#)

Die Sammlung mathematischer Modelle
am Institut für Diskrete Mathematik und Geometrie

Die Sammlung



In der umfangreichen Sammlung des Institutes befinden sich über 200 historische Demonstrationsmodelle aus dem späten 19. und frühen 20. Jahrhundert, einer Blütezeit der Herstellung und Verwendung dieser auch ästhetisch äußerst interessanten Gebilde. Diese Bildmedien der Mathematik dienten in effizienter Weise der Veranschaulichung von elementaren, aber auch sehr komplexen mathematischen Sachverhalten aus den unterschiedlichsten Gebieten der Mathematik - viele davon aus der Geometrie - in der Lehre und der Forschung und wurden dafür aus verschiedenen Materialien wie beispielsweise Gips, Draht, Metall oder auch Fäden und Kombinationen davon zunächst in Handarbeit und später auch in Serie gefertigt.

Navigation

- [Die Modelle](#)
- [Die Geschichte der Sammlung](#)
- [Literatur](#)
- [Kontakt](#)
- [Links](#)

Quick Links

- [Picture Gallery of Map Projections](#)
- [Analyse ebener Getriebe \(in German\)](#)
- [H. Havlicek: Visualisation](#)
- [Sitemap](#)

Copyright © 1996-2012 by Differential Geometry and Geometric Structures. All rights reserved.
Last modified on August 1st, 2012.

Abbildung 3: Screenshot der Homepage der Sammlung mathematischer Modelle



Institute of Discrete Mathematics and Geometry
Differential Geometry and Geometric Structures



TECHNISCHE UNIVERSITÄT WIEN
Vienna University of Technology

[Main Page](#) | [Sammlung mathematischer Modelle](#) | [Geschichte](#)

Die Sammlung mathematischer Modelle
am Institut für Diskrete Mathematik und Geometrie

Die Geschichte der Sammlung mathematischer Modelle am Institut für Diskrete Mathematik und Geometrie

Die Vorgeschichte



Seit Anbeginn der Mathematik als wissenschaftliche Disziplin in der griechischen Antike wurden Visualisierungsmethoden von Mathematikern erdacht und Bilder von mathematischen Sachverhalten für Forschungs- und Lehrzwecke erstellt und gewinnbringend eingesetzt. Neben Konstruktionszeichnungen oder Diagrammen als Bildmedien in der "ikonophilen" klassischen Geometrie, wie sie zum Beispiel in Euklids *Elementen* zu finden sind, wurden bereits in der Antike plastische Modelle wie beispielsweise diejenigen der Platonischen Körper angefertigt (Funde aus dem 1. Jahrhundert nach Christi belegen dies), die zuerst in Platons *Timaios* Dialog für die Konstruktion seines kosmologischen Modells und in seinem *Philebos* Dialog als ästhetische Gebilde höchster Symmetrie und Harmonie beschrieben werden.

Der Bilderboom

In der zweiten Hälfte des 19. Jahrhunderts erfuhren mathematische Demonstrationsmodelle als Bildmedien der Mathematik eine einzigartige Blütezeit. Es handelte sich um eine Hochphase des Modellbaus und der inflationären Verwendung der Modelle, die der Anschauung oder deren Herausbildung dienten und die zumeist im Kontext der Geometrie, gegen Ende des Jahrhunderts auch im Bereich der Funktionentheorie und anderer Zweige der Mathematik, hergestellt wurden. Die 1870er Jahre gelten als Beginn dieser Hochphase, welche in der Zeit des 1. Weltkrieges bereits wieder ihr Ende fand. [1]

Die Tradition des Modellbaus neuer Zeit begann im postrevolutionären Frankreich, kurz nach der Wende vom 18. in das 19. Jahrhundert,

Navigation

- [Die Modelle](#)
- [Die Geschichte der Sammlung](#)
- [Literatur](#)
- [Kontakt](#)
- [Links](#)

Quick Links

- [Sitemap](#)

Abbildung 4: Screenshot der Homepage der Geschichte der Sammlung mathematischer Modelle



Institute of Discrete Mathematics and Geometry
Differential Geometry and Geometric Structures



TECHNISCHE UNIVERSITÄT WIEN
Vienna University of Technology

[Main Page](#) |
 [Sammlung mathematischer Modelle](#) |
 [Die Modelle](#)

Suchen

vor >>

Ergebnisseiten:

[1](#) [2](#) [3](#) [4](#) [5](#) [6](#) [7](#) [8](#) [9](#) [10](#)
[11](#) [12](#) [13](#) [14](#) [15](#) [16](#) [17](#) [18](#)
[19](#) [20](#) [21](#) [22](#) [23](#) [24](#) [25](#) [26](#)
[27](#) [28](#) [29](#) [30](#) [31](#) [32](#) [33](#) [34](#)
[35](#) [36](#)
[zur Übersicht](#)

Die Sammlung mathematischer Modelle

am Institut für Diskrete Mathematik und Geometrie



Rotationsfläche einer kubischen Parabel

[Details](#)



Rotationsfläche einer Parabel

[Details](#)



Rotationsfläche einer logarithmischen Spirale

[Details](#)

Navigation

- [Die Modelle](#)
- [Die Geschichte der Sammlung](#)
- [Literatur](#)
- [Kontakt](#)
- [Links](#)

Quick Links

- [Sitemap](#)

Copyright © 1996-2008 by Differential Geometry and Geometric Structures. All rights reserved.
Last modified on October 21st, 2008.

Abbildung 5: Screenshot der ersten Seite der mathematischen Modelle



Institute of Discrete Mathematics and Geometry
Differential Geometry and Geometric Structures



TECHNISCHE UNIVERSITÄT WIEN
Vienna University of Technology

[Main Page](#) |
 [Sammlung mathematischer Modelle](#) |
 [Die Modelle](#)

Suchen

Die Sammlung mathematischer Modelle

am Institut für Diskrete Mathematik und Geometrie

Rotationsfläche einer kubischen Parabel (#1)

Beschreibung:
Rotationsfläche, entstanden durch Umdrehung der kubischen Parabel um eine Parallele zur Wendetangente. Gleichung der Fläche $z^3 = a^3(r-a)$.

Fachgebiete:
Differentialgeometrie, Analytische Geometrie

Kataloge:
Martin Schilling, Catalog mathematischer Modelle, 7. Auflage, Leipzig 1911, S.22 und S.140

Katalognummer: X.10h

Vertrieb und Hersteller:
Verlagshandlung Martin Schilling Leipzig;
G. Herting bzw H. Sievert (München)

Veröffentlichungsdatum: 1885

Material und Maße: (h x b x t)
Gips, Metallstäbe
18.0 x 19.0 x 0.0 cm, 1111.7 Gramm






vor >>
[zur Übersicht](#)

Navigation

- [Die Modelle](#)
- [Die Geschichte der Sammlung](#)
- [Literatur](#)
- [Kontakt](#)
- [Links](#)

Quick Links

- [Sitemap](#)

Copyright © 1996-2008 by Differential Geometry and Geometric Structures. All rights reserved.
Last modified on October 21st, 2008.

Abbildung 6: Screenshot des Modells „Rotationsfläche einer kubischen Parabel“

Eine weitere Grundlage für unsere kinematische Sammlung boten drei im Besitz der Institutsbibliothek befindliche Modellkataloge, welche von Wilhelm Fuhs et al. im Auftrag von Walter Wunderlich erstellt wurden (siehe Abb. 7 links). Diese Mappen sind

in verschiedene Fachgebiete, wie zum Beispiel krumme Flächen, Axonometrie, projektive Geometrie, Differentialgeometrie oder auch kinematische Geometrie, unterteilt. Auf jeder Seite befindet sich je ein Foto der Modelle und der Name des Objekts. Manchmal findet man auch weitere Informationen und dazu passende Literaturhinweise (siehe Abb. 7 rechts).



Abbildung 7: links: Modellkataloge I-III, rechts: Detailansicht von Nr. 809 aus dem Modellkatalog III (Modell Nr. 112 im ebenen Katalog)

Durch die Arbeit mit diesen Mappen bemerkten wir, dass einige Modelle fehlen, wie zum Beispiel zwei Einschubkästen aus dem Getriebeschaukasten, ein Gelenkviereck des Koppelkurvenzeichners (Modell Nr. 71 des ebenen Kinematik-Kataloges) und eine starre Viergelenkskette, welche zu einer Modellgruppe von Viergelenksketten (Modelle Nr. 29-31 des räumlichen Kataloges) unterschiedlicher Beweglichkeit gehört.

3.1.1. Access-Dateien

Dem Onlinekatalog „Sammlung mathematischer Modelle“ liegt eine Access-Datei mit dem Namen „modelsammlung.acddb“ zugrunde, welche zusätzlich zu den bereits auf Seite 7 erwähnten und im Katalog ersichtlichen Kategorien, noch weitere enthielt. Diese mussten wir jedoch an die Bedürfnisse der kinematischen Modellsammlung anpassen. Für einige Kategorien fehlten uns Informationen, darum haben wir diese gestrichen. Im Gegenzug dazu haben wir für uns wichtige Kategorien hinzugefügt. Die Änderungen sind in der folgenden Tabelle ersichtlich. Außerdem zeigen die letzten drei Spalten an, welche Kategorien in welchem der Onlinekataloge auch zu sehen sind.

<i>Mathematische Sammlung</i>	<i>Ebene Kinematik</i>	<i>Räumliche Kinematik</i>	<i>online</i>		
Index	Index	Index	✓	✓	✓
Modellname	Modellname	Modellname	✓	✓	✓
Eingangsdatum					
Vertrieb			✓		
Hersteller	Hersteller	Hersteller	✓	✓	✓
Herstellungsdatum			✓		
Preis					
Waehrung					
Materialien	Materialien	Materialien	✓	✓	✓
Maße_Hoehe	Maße_Hoehe	Maße_Hoehe	✓	✓	✓
Maße_Breite	Maße_Breite	Maße_Breite	✓	✓	✓
Maße_Tiefe		Maße_Tiefe	✓		✓
Sachverhalt	Sachverhalt	Sachverhalt	✓	✓	✓
Aufbewahrungsinformation					
Kataloge			✓		
Aufbewahrungsort					
Restaurierungsbedarf	Restaurierungsbedarf	Restaurierungsbedarf			
Zustand					
Benutzungsbedingungen					
alte_Signaturen	alte_Signaturen	alte_Signaturen		✓	✓
Gewicht			✓		
Fachgebiet_1	Fachgebiet_1	Fachgebiet_1	✓		
Fachgebiet_2	Fachgebiet_2		✓		
Katalognummer	Katalognummer	Katalognummer		✓	✓
Verweis_Bild1	Verweis_Bild1	Verweis_Bild1	✓	✓	✓
Verweis_Bild2	Verweis_Bild2	Verweis_Bild2	✓	✓	✓
Verweis_Bild3	Verweis_Bild3	Verweis_Bild3	✓	✓	✓
Notizen	Notizen	Notizen			
Erledigt					
Erledigt_2					
Literatur	Literatur_1	Literatur_1	✓	✓	✓
	Literatur_2	Literatur_2		✓	✓
	Literatur_3	Literatur_3		✓	✓
	Literatur_4			✓	
	aehnliche_Modelle	aehnliche_Modelle		✓	✓
	Beweglichkeit	Beweglichkeit		✓	✓
	Englisch	Englisch		✓	✓
	Verwendungszweck			✓	

In der folgenden Auflistung wollen wir auf die Gründe der Entfernung bzw. auf den Zweck der Kategorien näher eingehen.

- Index
Numerierung der Modelle.
- Modellname
Möglichst einheitliche Benennung der Objekte.
- Eingangsdatum, Vertrieb, Herstellungsdatum, Preis, Waehrung
Diese Informationen waren in den Modellkatalogen I bis III nicht enthalten und deshalb nur sehr schwer ausfindig zu machen. Darum haben wir sie nicht in unsere Kataloge übernommen.
- Hersteller
Leider konnten wir bei nahezu der Hälfte der Modelle (114 von 234) nur „unbekannt“ eintragen.
- Materialien
Die meisten Objekte wurden aus Karton, Metall, Holz oder Kunststoff gefertigt. Es kommen jedoch auch ungewöhnlichere Materialien, wie Strohhalme, oder Fäden vor.
- Maße
Bei den Modellen der ebenen Kinematik haben wir die Kategorie „Maße_Tiefe“ weggelassen, welche wir bei dem Katalog für die räumlichen Objekte wieder hinzugefügt haben.
- Sachverhalt
Hier findet man eine kurze Beschreibung der Modelle, besondere Eigenschaften und weitere Informationen.
- Aufbewahrungsinformation, Aufbewahrungsort
Da wir zum Zeitpunkt der Erstellung der Datei noch nicht wussten, wo die Modelle später gelagert werden, haben wir diese Kategorien gestrichen. Außerdem wäre es wohl ein zu großer organisatorischer Aufwand, dies bei späteren Änderungen nachzutragen.
- Kataloge
Dabei handelt es sich in der Originaldatei um Kataloge der Vertriebe. Da wir hierzu keine vorliegenden Informationen hatten, haben wir diese Kategorie auch weggelassen.
- Restaurierungsbedarf
In diese Spalte kann man keinen Text einfügen, sondern hier befinden sich Kästchen zum Anhängen.
- Zustand
Diese Kategorie ist online nicht zu sehen. Wir haben diesbezüglich nichts vermerkt.
- Benutzungsbedingungen
In der Datei zu der mathematischen Sammlung ist hier bei 66 der 68 Modelle der Begriff „Handschuhe“ vermerkt. Wir überließen diese Einschätzung den Handhabenden und strichen diese Kategorie.
- alte_Signaturen
Alte Inventarnummern, welche sich zum Teil noch auf den Modellen befinden.

- Fachgebiet_1, Fachgebiet_2
Bei uns ist ersteres, je nach Katalog, immer ebene bzw. räumliche Kinematik.
- Katalognummer
Hierbei sind die Nummern aus den Modellkatalogen I bis III von Walter Wunderlich und Wilhelm Fuhs gemeint.
- Verweis_Bild1, Verweis_Bild2, Verweis_Bild3
Die Pfade der drei Bilder.
- Notizen
Wir haben diese Kategorie zur Sortierung benutzt.
- Erledigt, Erledigt_2
Hierbei handelt es sich lediglich um Notizen für die Autorinnen und Autoren der ursprünglichen Datei. Dies wurde von uns nicht benötigt.
- Literatur_1, Literatur_2, Literatur_3, Literatur_4
Zu vielen Objekten konnten wir mehr als eine passende Literatur finden. Um die Onlinekataloge übersichtlicher zu gestalten, erstellten wir für jeden Literaturhinweis eine eigene Kategorie, da so jedes Buch, jeder Artikel bzw. jede Veröffentlichung in einer eigenen Zeile angeführt wird.
- aehnliche_Modelle
Diese Kategorie dient der besseren Übersicht. So können vor allem Vortragende die Objekte vergleichen und das für ihre Situation passendste wählen.
- Beweglichkeit
Beweglich, wackelig, kippend oder starr.
- Englisch
Die Suchfunktion der Onlinekataloge liefert auch Ergebnisse, wenn der Suchbegriff im Text und nicht im Namen vorkommt. Darum haben wir, um die Suche nach Modellen auch für Fremdsprachige zu ermöglichen, die englischen Bezeichnungen hinzugefügt.
- Verwendungszweck
Natürlich könnte man alle Objekte als „Demonstrationsmodelle“ deklarieren, allerdings wollten wir auf spezielle Verwendungszwecke, wie zum Beispiel Getriebeschaukasten-, Tafel- und Overhead-Modelle hinweisen.

Nachdem wir nun also wussten, welche Informationen wir von den Objekten sammeln wollten, konnten wir mit der Arbeit mit den Modellen beginnen.

3.2. Modelle

Die erste Aufgabe war es, alle kinematischen Modelle zu finden. Dies war zugleich die erste Herausforderung, da alle Modelle am ganzen Institut verteilt waren und niemand genau wusste, wo sich welche befinden. Dadurch mussten wir wirklich alle Räume absuchen – sowohl die Hörsäle, als auch die Büros – und entscheiden, ob die gefundenen Objekte zur Veranschaulichung kinematischer Abläufe gedacht oder geeignet sind.

Im Laufe der Arbeit mit dem Getriebebeschaukasten stellte sich heraus, dass einige Einschubkästen daraus sogar an die Universität für Angewandte Kunst ausgeliehen worden waren. Nachdem diese dort aber ebenfalls bereits in Vergessenheit geraten waren, wurden sie an das Institut für Diskrete Mathematik und Geometrie der Technischen Universität Wien zurückgeholt.

Allerdings war es auch nicht so, dass wir gleich alle kinematischen Modelle gefunden haben. Es kam im Laufe unserer Arbeit mit den Modellen des Öfteren vor, dass wir von Kolleginnen und Kollegen oder unserem Betreuer auf weitere aufmerksam gemacht wurden. So kam es auch, dass das letzte Modell erst am Tag vor der Abgabe unserer Arbeit gefunden und anschließend hinzugefügt wurde.

Einige der teilweise schon älteren Modelle verstaubten auf den Kästen liegend in diversen Büros, wodurch wir sie erst einmal reinigen und ihre Funktionstüchtigkeit überprüfen mussten. Da wir nicht immer auf den ersten Blick erkennen konnten, was mit den Modellen veranschaulicht werden sollte, war es bei einigen Objekten nicht einfach zu kontrollieren, ob sie einwandfrei funktionieren. Deshalb beschäftigten wir uns genauer mit der Funktionsweise und versuchten etwaige Fehler zu beheben. Bei manchen Modellen war das nicht aufwändig, da nur einzelne Kanten mit einem Klebeband stabilisiert werden mussten oder ein wenig Kleber notwendig war, um es wieder instand zu setzen. Bei anderen Modellen war es nicht so leicht, da diverse Werkzeuge und Fachkenntnis notwendig waren, wie zum Beispiel beim Getriebebeschaukasten oder auch dem Modell zur Darstellung zur affinen Transformation in der Ebene (Abb. 8).



Abbildung 8: Bruchstelle des Modells zur Darstellung der affinen Transformation in der Ebene (Modell Nr. 119 im ebenen Katalog)



Teils war auch die Lagerung der Modelle während unserer Arbeit mit ihnen etwas umständlich. Die Objekte der ebenen Kinematik, mit welchen wir begonnen hatten, befanden sich immer im Sozialraum des Instituts (Abb. 10), wodurch sie für alle, die einen Schlüssel haben, zugänglich waren. Einerseits war dies natürlich gut, weil so das Interesse dafür geweckt werden konnte. Andererseits ergab sich daraus leider auch das Problem, dass zum Beispiel das zuvor erwähnte Anschauungsmodell „Darstellung der affinen Transformation“ ziemlich kurz nachdem es repariert worden war, wieder beschädigt wurde, da nicht immer sorgsam mit den Modellen umgegangen wurde (Abb. 9).

Abbildung 9: erneute Bruchstelle des Modells zur Darstellung der affinen Transformation in der Ebene



Abbildung 10: Aufbewahrung der ebenen, kinematischen Modelle im Sozialraum

Für die Modelle der räumlichen Kinematik konnten wir in den Sommermonaten einen der Hörsäle des Instituts nutzen (Abb. 11). Zu Beginn des Wintersemesters mussten wir wieder auf den Sozialraum ausweichen, allerdings hatten wir da bereits einen Großteil der Objekte abgearbeitet.



Abbildung 11: Aufbewahrung der räumlichen, kinematischen Modelle im Zeichensaal 1

Einige der kinematischen Modelle waren in den drei von Wilhelm Fuhs und Walter Wunderlich zusammengestellten Modellkatalogen aufgelistet. Bei Objekten aus diesen Mappen war es meist relativ einfach herauszufinden, worum es sich handelt. Manchmal standen auch zusätzliche Informationen, wie zum Beispiel von wem es hergestellt wurde, was veranschaulicht werden soll oder auch nützliche Literaturhinweise, darin (siehe Abb. 12).

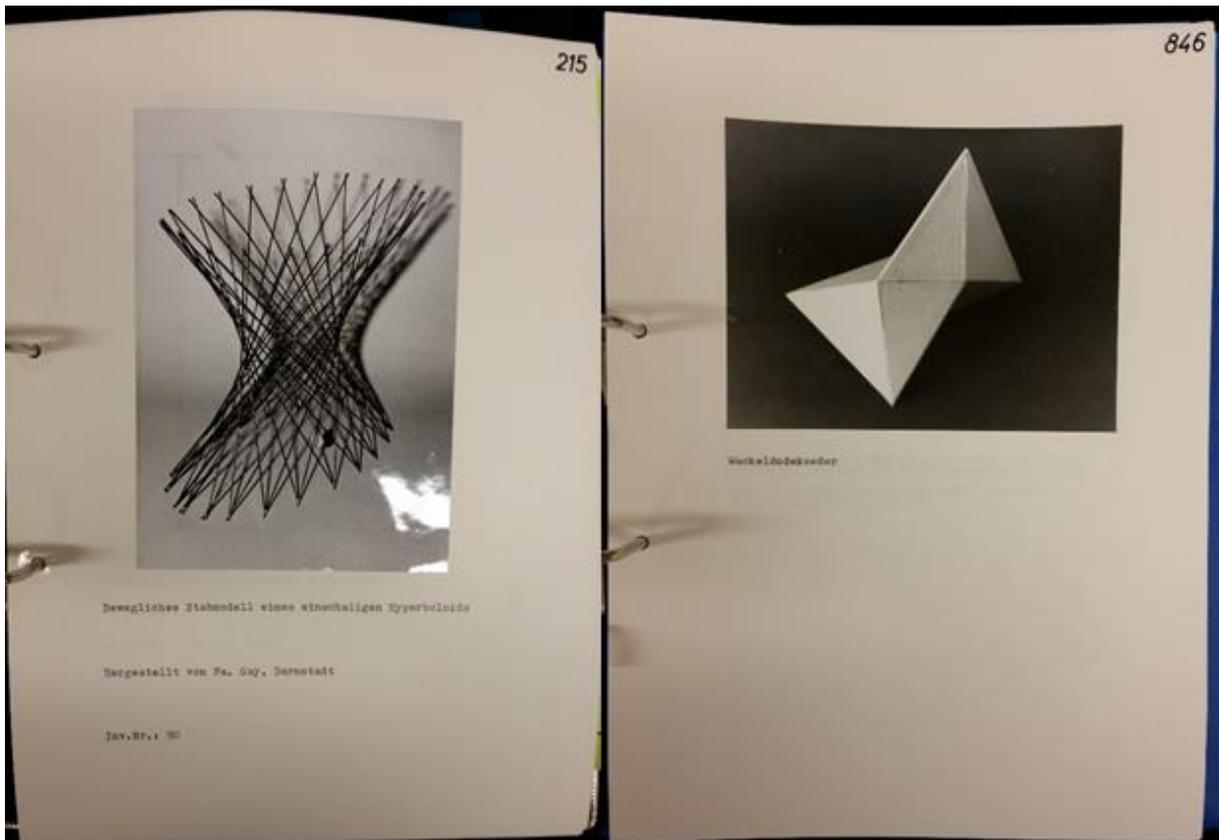


Abbildung 12: Die Seiten der Modelle Nr. 215 bzw. 846 aus den Modellkatalogen I-III (Modell Nr. 10 (links) bzw. 73 (rechts) des räumlichen Kataloges) als Vergleich der unterschiedlichen Informationsmenge zu den einzelnen Objekten

Einige Modelle fanden wir auch in den alten ebenfalls in der Institutsbibliothek



Abbildung 13: Inventarlisten des Instituts

aufbewahrten Inventarlisten des Instituts (siehe Abb. 13). Zum Beispiel waren die Kokotsakis-Netze (Modelle Nr. 104 und 105 im räumlichen Katalog) nicht in den Modellkatalogen zu finden, dafür aber in einer der alten Inventarlisten. Wie in Abbildungen 14 und 15 zu sehen, sind dort sogar einige Informationen zu diesen Modellen notiert. Allerdings waren diese alten Bücher teilweise sehr schwer zu lesen (Abb. 16), wodurch wir sie kaum als Quelle benutzt haben.

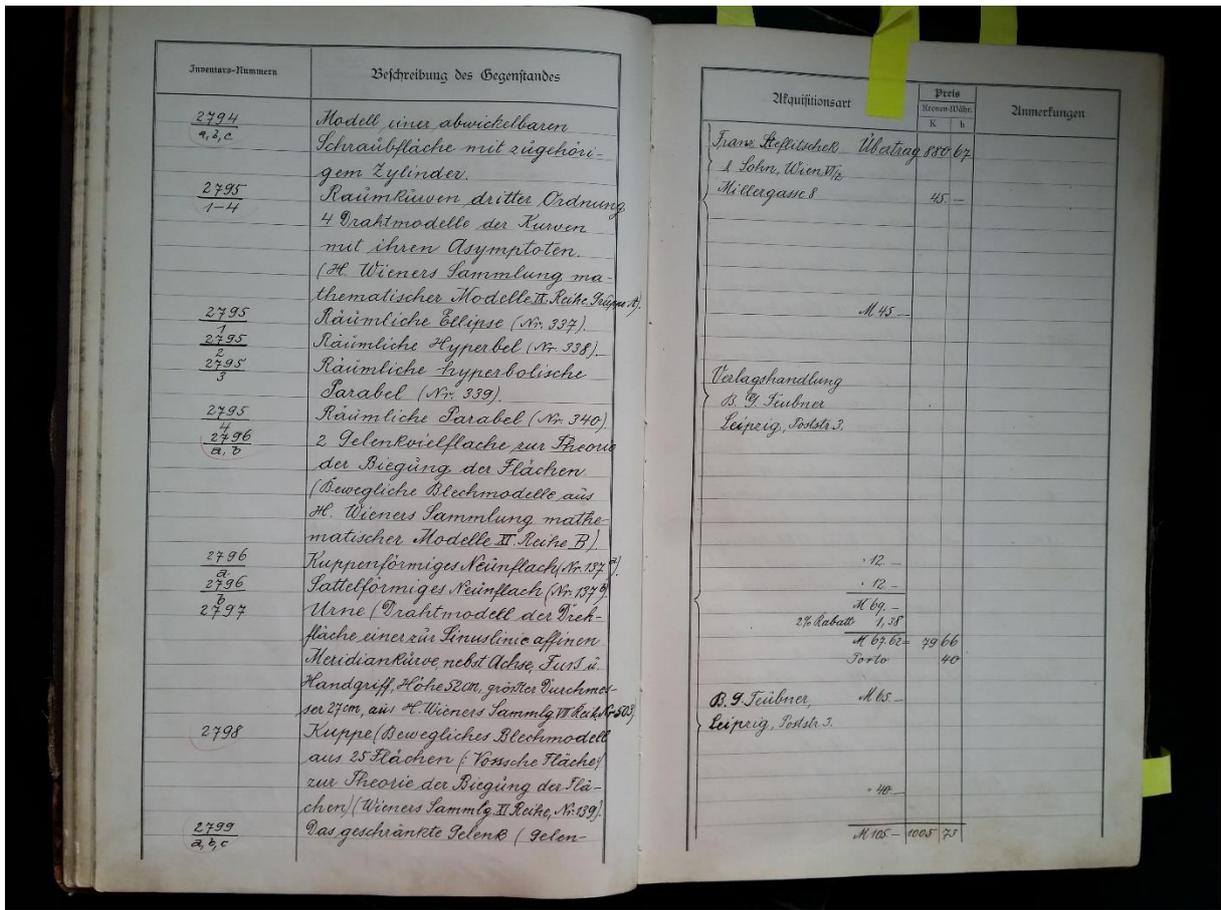


Abbildung 14: Seitenansicht einer der Inventarlisten

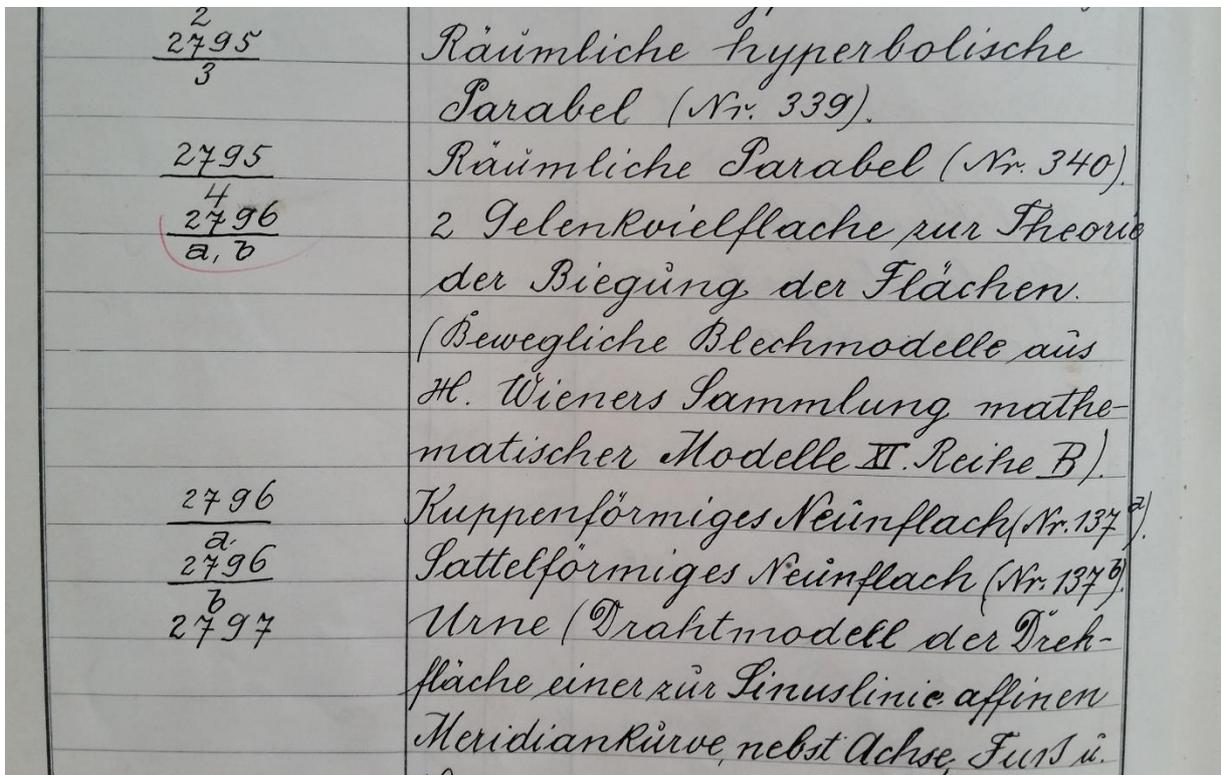


Abbildung 15: Detailansicht einer Seite der Inventarlisten. Bei Nummer 2796 a bzw. b handelt es sich um die Kokotsakis-Netze (Modell Nr. 104 bzw. 105 im räumlichen Katalog)

Fortlauf. Nr.	Beschreibung des Gegenstandes. Anmerkung.	Acquisitionsart.	Preis. fl. Kr.
128	Reißzeug	l. Öffnung N ^o 2. 2.2.15/77. Ötzg. K. b. Starke. Kammerer pr. 48 fl. 6 Kr.	28 —
129-133	5 W. Chablonsen = 3 Ellipsen, 1 Parabel 1 Hyperbel		20 —
134	Stochzirkel		8 —
135	2 W. Reißfedern mit je 3 Schäften	l. Öffnung N ^o 3. 2.2.12/77	34 —
136	Kopierband Zwißführungsgewandspindel		8 47
137	Klingenfeld J. W. Tafelbuch 3. Band	Ötzg. K. b. Eder.	1 78
138	Delabar. Längslehre = 2 Parallelgeraden		2 54
139	Kortum R. : Ornamentische Aufgabebücher		1 27
140	Lech. Handl. : Geometrie Ornamente		1 2
141	Bremona L. : Geometrie der abstrakten Curven		3 17
142	v. M. K. : Geometrische Konstruktionen		— 60
143	Schlotke J. : Geometrische Aufgaben und den darauf basierenden Ornamenten	l. Öffnung N ^o 2. 2.2.14/77. Ötzg. K. b. Leiff. Seidel & Sohn. pr. 63 fl. 81 Kr.	2 66
144	Fiedler W. : Darstellung der Ornamente		9 12
145	Charles M. : Rapport sur les progrès de la Géométrie		9 50
146	Bauschinger L. : Geometrische Konstruktionen		6 65
147	Lürige K. : Ebenen der 3ten Ordnung		4 56
148	Bossuet : Perspective linéaire 2 ^{te} Ed.		10 80
149	Burmester L. : Lehrbuch der Maschinenbau		10 14
			256 fl. 77 — 250 23
			Schlotke in P. pr. : 6 57

Abbildung 16: Seitenansicht einer der Inventarlisten

Gab es keinen Eintrag in den Modellkatalogen oder den Inventarlisten und auch keine Informationen direkt auf dem jeweiligen Objekt, so halfen uns unser Betreuer Georg Nawratil und manchmal auch Hellmuth Stachel dabei, zumindest in Erfahrung zu bringen, in welche Richtung wir recherchieren könnten, um Informationen zu den

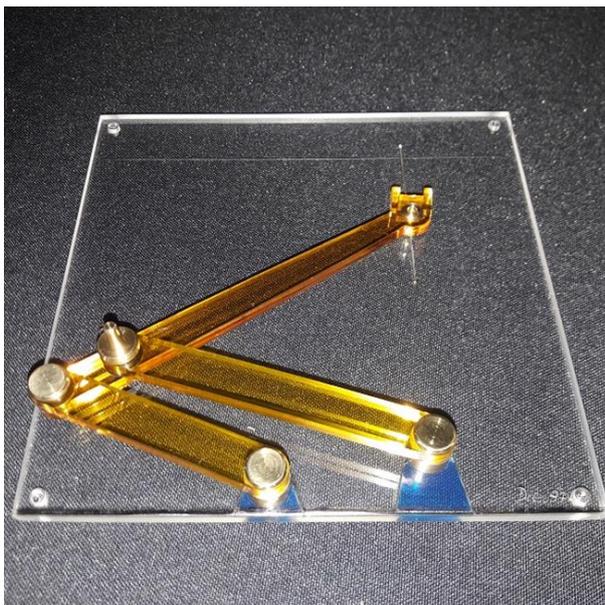


Abbildung 17: Overheadmodell des Wippkran-Mechanismus (Modell Nr. 55 im ebenen Katalog)

jeweiligen Modellen zu finden. Nach der Recherche in diversen Büchern und dem Internet konnten die meisten Demonstrationsmodelle (wieder)erkannt, verstanden und benannt werden.

Aber auch hier gab es Fälle, welche selbst auf diese Weise noch immer nicht geklärt werden konnten. Das beste Beispiel hierfür ist der Wippkran-Mechanismus (Abb. 17). Nach den zuvor erwähnten Schritten wussten wir zwar, dass es sich bei diesem Overhead-Modell um eine angenäherte Geradföhrung handelt, aber genauer konnten wir es trotz einiger Gespräche mit Kolleginnen und Kollegen des

kompletten Instituts nicht eingrenzen. Auch die Recherche zu Geradfürungen in diversen Büchern und dem Internet führte uns nicht auf die richtige Spur. Doch nach einigen Wochen stolperten wir online über ein Bild, welches unserem Modell entfernt ähnelte und als Wippkran-Mechanismus betitelt war. Daraufhin versuchten wir, fundierte Informationen über einen solchen Mechanismus zu finden. So konnten wir unser Overheadmodell mit den Voraussetzungen eines Wippkran-Mechanismus vergleichen und feststellen, dass es sich um einen solchen handelt.

3.3. Beweglichkeit bestimmen

Der wahrscheinlich wichtigste Teil unserer Arbeit war die Entscheidung hinsichtlich der Beweglichkeit der einzelnen Modelle. Wie schon in Kapitel 2 beschrieben, ist dies keine einfache Aufgabe. Zusätzlich zu den dort bereits erwähnten Schwierigkeiten, spielen auch die Materialien und die Verarbeitung eine große Rolle. So kam es zum Beispiel vor, dass manche Modelle sich bewegten, obwohl sie das aus mathematischer Sicht nicht dürften oder auch umgekehrt. Das lässt sich etwa durch die Verwendung von flexiblen Materialien, welche einen größeren Spielraum bieten, als es für die Demonstration des Sachverhaltes sinnvoll ist, erklären oder wie bei dem Polyeder mit der Modellnummer 79 des räumlichen Kinematik-Kataloges durch einen nicht flexiblen Kleber bzw. eine zu große Menge davon, welcher zum Verbinden der Flächen benutzt wurde, wodurch das Modell starr ist, obwohl es eigentlich wackelig sein sollte. Um also die tatsächliche Bewegungsfreiheit festzustellen, mussten wir die Objekte abmessen und zu rechnen beginnen.

Die Schwierigkeit, die Beweglichkeit von Modellen rein optisch zu unterscheiden, kann man durch die Modellgruppe der Modelle Nr. 91 – 94 des ebenen Kinematik-Kataloges (Abb. 18) gut veranschaulichen. Diese vier Parallelmechanismen unterscheiden sich nämlich nicht im Aufbau, sondern lediglich an den Abmessungen. Es handelt sich jeweils um zwei Dreiecke, welche an den Ecken durch Stäbe miteinander verbunden sind, wobei der Unterschied in der Größe der Dreiecke bzw. in der Länge der Verbindungsstäbe liegt.

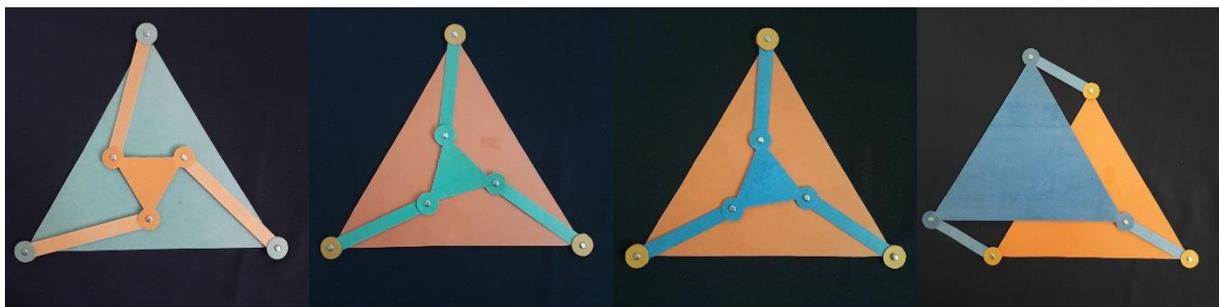


Abbildung 18: Ebene Parallelmechanismen (Modelle Nr. 91-94 im ebenen Katalog). Beweglichkeit von links nach rechts: starr, kippend, wackelig, beweglich

Wenn wir uns bei einem Modell unsicher bezüglich der Bewegungsform waren, suchten wir in der passenden Literatur nach Bedingungen, um diese anschließend zu überprüfen, nachzumessen bzw. nachzurechnen.

Bei den bipartiten Stabwerken (Abb. 19) gilt beispielsweise für endliche Beweglichkeit die Bedingung, dass die Punkte einer Punktemenge stets komplanar sein müssen.

Erst nach genauerer Betrachtung konnten wir feststellen, dass bei Modell Nr. 97 (Abb. 19 links) die vier Punkte, von welchen jeweils gleichfarbige Strohhalme ausgehen, und bei Modell Nr. 98 (Abb. 19 rechts) die vier Punkte mit verschiedenfarbigen Strohhalmen dies erfüllen und dadurch beide Modelle beweglich und nicht, wie wir zuerst vermutet hatten, wackelig sind.

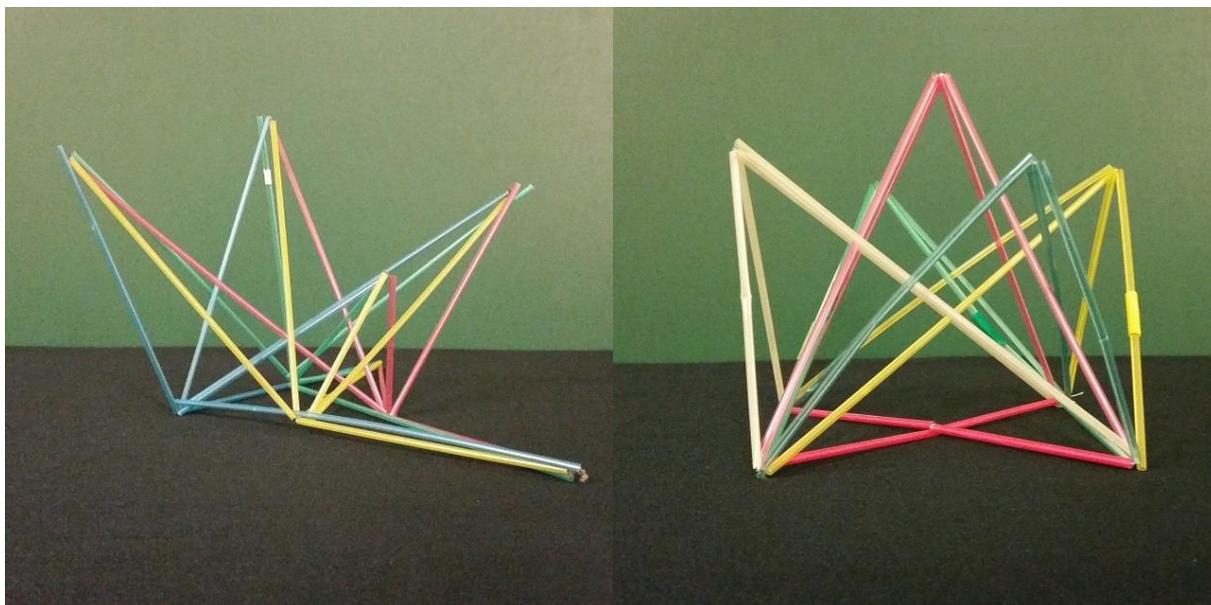


Abbildung 19: Bipartite Stabwerke (links: Modell Nr. 97, rechts: Modell Nr. 98 des räumlichen Kataloges)

Da wir einige Modelle hatten, welche man auf den ersten Blick für siamesische Doppelpyramiden halten könnte, mussten wir erst feststellen, ob sie die Bedingungen dafür erfüllen, bevor wir die Beweglichkeit bestimmen konnten. Diese wäre, dass eine n -gonale siamesische Doppelpyramide aus $4n$ kongruenten, gleichschenkeligen Dreiecken besteht. Durch diese Bedingung konnten wir die Dodekaeder aus Abbildung 21 als eben solche einstufen, da die äußeren Kanten unterschiedliche Längen aufwiesen. Da in der gefundenen Literatur von Goldberg bewiesen wurde, dass pentagonale siamesische Doppelpyramiden immer zwischen drei Positionen kippen und trigonale wackelig sind, konnten wir die Modelle Nr. 52 und 53 (Abb. 20) zuordnen.

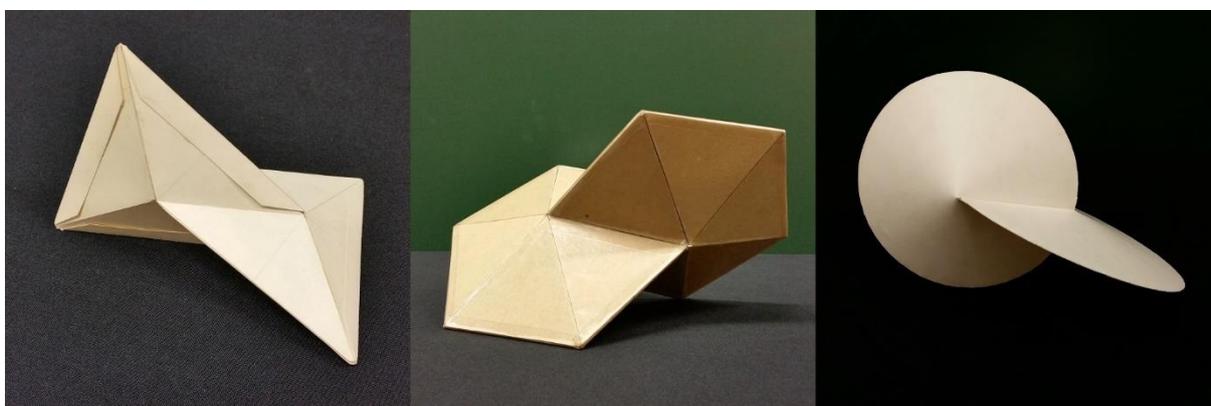


Abbildung 20: Siamesische Doppelpyramiden (links: trigonal (Modell Nr. 52), mittig: pentagonal (Modell Nr. 53) und rechts siamesischer Doppelkegel (Modell Nr. 54) (alle im räumlichen Katalog)

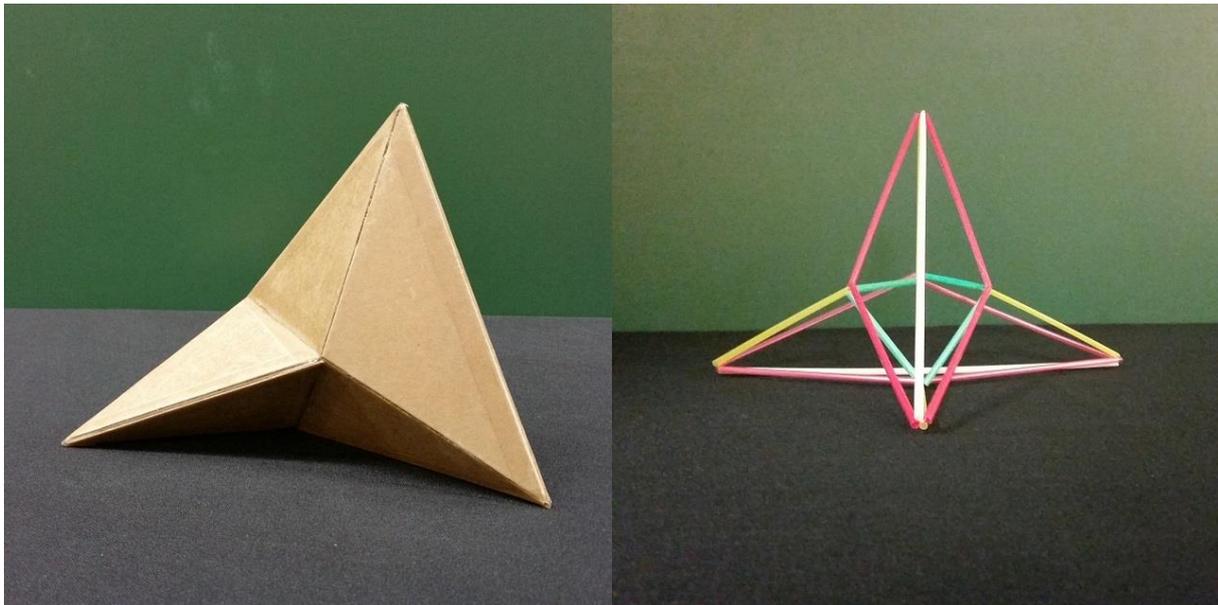


Abbildung 21: Dodekaeder (links: Modell Nr. 73, rechts: Modell Nr. 91 des räumlichen Kataloges)

Bei einigen Modellen, vor allem bei diversen Polyedern, nutzen wir in der passenden Literatur durchgerechnete Beispiele, um durch Nachmessen einzelner Seiten und den Vergleich der Verhältnisse die Beweglichkeit festzustellen. In besonders hartnäckigen Fällen konnten wir die Beweglichkeit ohne eine Rechnung nicht bestimmen. Als Beispiel möchten wir hierfür die Berechnung der Beweglichkeit des siamesischen Doppelkegels (Abb. 20 rechts) anführen. Dieser kann als Grenzfall der n -gonalen siamesischen Doppelpyramide mit n nach unendlich strebend betrachtet werden. Daher konnten wir uns in der Literatur von Gorkavvy und Fesenko über siamesische Doppelpyramiden Ideen holen, doch wir mussten das Gleichungssystem selbst aufstellen und lösen. Diese Rechnung haben wir in Maple gelöst und auch veranschaulichen lassen, wie man in den Abbildungen 23 und 24 sehen kann. Die Farben in der folgenden Beschreibung entsprechen den in Abbildung 22

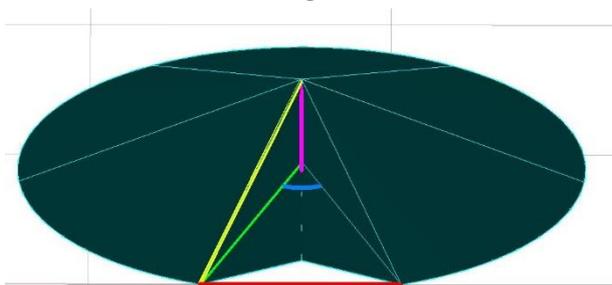


Abbildung 22: Skizze eines der Doppelkegel inklusive der in der Rechnung verwendeten Größen

eingezeichneten Größen. Wir betrachteten zuerst einen der vier kongruenten Kegel. Nachdem dieser eine beinahe platte Form hat, konnten wir den Öffnungswinkel α dieser Stellung und auch die Länge a (gelb) der Mantellinie bestimmen. Damit berechneten wir die Bogenlänge l dieses Kreissektors und erhielten mit Hilfe des Satzes von Pythagoras den von der Höhe x (rosa) des Kegels abhängigen Basisradius c (grün). Mithilfe des Kosinus-Satzes und dem zugehörigen von l und c abhängigen Öffnungswinkel β (blau) konnten wir schließlich eine Formel für die Öffnungsbreite $2y$ (rot) in Abhängigkeit der Höhe x bestimmen, welche zeitgleich die Höhe des zweiten Doppelkegels sein muss. Mit derselben Vorgehensweise für den zweiten Doppelkegel konnten wir ein Gleichungssystem in zwei Unbekannten aufstellen und lösen.

```

> restart :
> with(LinearAlgebra) : with(plots) : with(plottools) :
> #Mantellinie eines der vier Kegel:
a := 10 :
#Öffnungswinkel in flacher Position:
alpha :=  $\frac{\pi}{3}$  :
> #Bogenlänge:
l := a (2·Pi - alpha);
 $l := \frac{50}{3} \pi$ 
> #Basisradius zweier Kegel (im folgenden A und B genannt), während x jeweils die Höhe ist
c := sqrt(a2 - x2);
 $c := \sqrt{-x^2 + 100}$ 
> #y ist der Abstand zwischen den Enden des Basisbogens mit der Länge l, beta ist der Öffnungswinkel zwischen den Basisradien
y := simplify( $\frac{\sqrt{(2 \cdot c^2 - 2 \cdot c^2 \cdot \cos(\beta))}}{2}$ );
 $y := \frac{1}{2} \sqrt{2} \sqrt{(x^2 - 100) (\cos(\beta) - 1)}$ 
> #Alle Angaben mit Index 2 beschreiben die Werte der anderen beiden Kegel (im folgenden C und D genannt)
x2 := t :
> c2 := sqrt(a2 - x22);
 $c2 := \sqrt{-t^2 + 100}$ 
> y2 :=  $\frac{\text{simplify}(\sqrt{(2 \cdot c2^2 - 2 \cdot c2^2 \cdot \cos(\beta2))})}{2}$ ;
 $y2 := \frac{1}{2} \sqrt{2} \sqrt{(t^2 - 100) (\cos(\beta2) - 1)}$ 
> beta :=  $2 \cdot \pi - \frac{l}{c}$ ;
beta2 :=  $2 \cdot \pi - \frac{l}{c2}$ ;
 $\beta := 2 \pi - \frac{50}{3} \frac{\pi}{\sqrt{-x^2 + 100}}$ 
 $\beta2 := 2 \pi - \frac{50}{3} \frac{\pi}{\sqrt{-t^2 + 100}}$ 
> #Damit die Doppelkegel ineinander passen, muss x=y2 sein und y=x2
gl1 := factor(simplify(x - y2));
gl2 := factor(simplify(y - x2));
> #Nachdem beide Gleichungen die Unbekannten x und t (=x2) enthalten, wird eine nach x aufgelöst und im nächsten Schritt in die 2. eingesetzt
xx := solve(gl1, x);
 $xx := \frac{1}{2} \sqrt{2} \sqrt{(t - 10) (t + 10) \left( \cos\left(\frac{50}{3} \frac{\pi}{\sqrt{-(t - 10) (t + 10)}}\right) - 1\right)}$ 
> fin := factor(simplify(subs(x = xx, gl2)));
fin :=

$$\frac{1}{2} \left( \left( \cos\left(\frac{100}{3} \frac{\pi}{\sqrt{-2 \cos\left(\frac{50}{3} \frac{\pi}{\sqrt{-(t - 10) (t + 10)}}\right) t^2 + 2 t^2 + 200 \cos\left(\frac{50}{3} \frac{\pi}{\sqrt{-(t - 10) (t + 10)}}\right) + 200}}\right)} - 1 \right) \left( \cos\left(\frac{50}{3} \frac{\pi}{\sqrt{-(t - 10) (t + 10)}}\right) t^2 - t^2 - 100 \cos\left(\frac{50}{3} \frac{\pi}{\sqrt{-(t - 10) (t + 10)}}\right) - 100 \right)^{1/2} - t$$


```

Abbildung 23: Screenshot der Berechnung des siamesischen Doppelkegels in Maple (Teil 1)

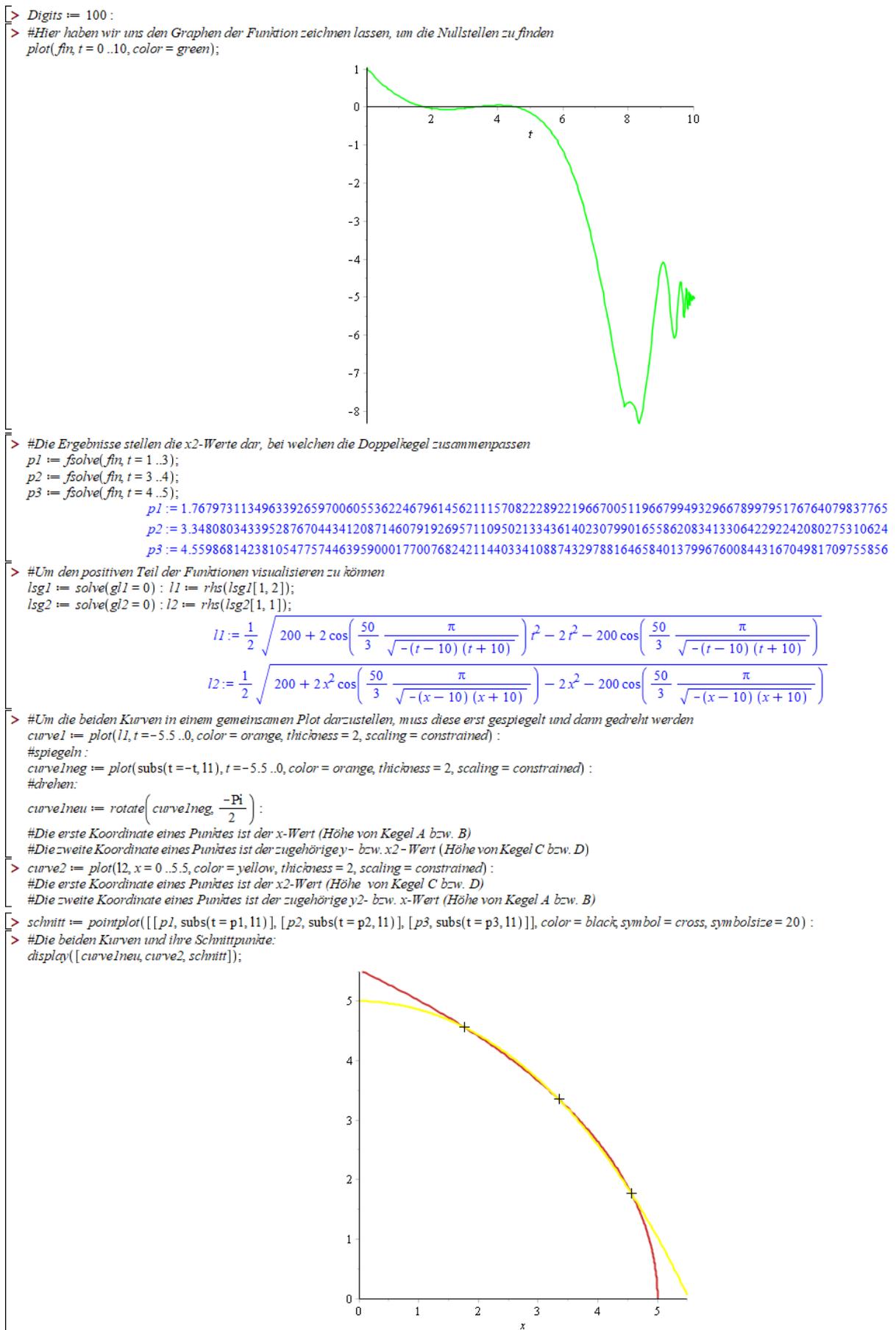


Abbildung 24: Screenshot der Berechnung des siamesischen Doppelkegels in Maple (Teil 2)

Das Ergebnis, nämlich drei verschiedene Werte, könnte nun einem starren oder kippenden Modell entsprechen. Da die Ausführung Bewegungsspielraum besitzt, kamen wir zu dem Schluss, dass es sich um ein Kippen zwischen den drei Konfigurationen handeln muss, welches als Modellflexibilität vermutlich besser beschrieben werden kann. Im Gegensatz zu anderen kippenden Modellen, erscheint die Bewegung des Doppelkegels aber eher flüssig. Das lässt sich anhand des Plots in Abbildung 24 gut erklären: Die Kurven, welche die Nullstellenmenge der jeweiligen Gleichung des Gleichungssystems darstellen, liegen in dem Intervall $[1,5; 4,8]$ auffallend eng beisammen. Das bedeutet für unser Modell, dass jeweils nur sehr kleine Verformungen des Kartons, welche für das freie Auge nicht unbedingt sichtbar sind, ausreichen, um auch zwischen den errechneten Lagen existieren zu können. Die drei Lösungen haben wir in MicroStation dargestellt (siehe Abb. 25).

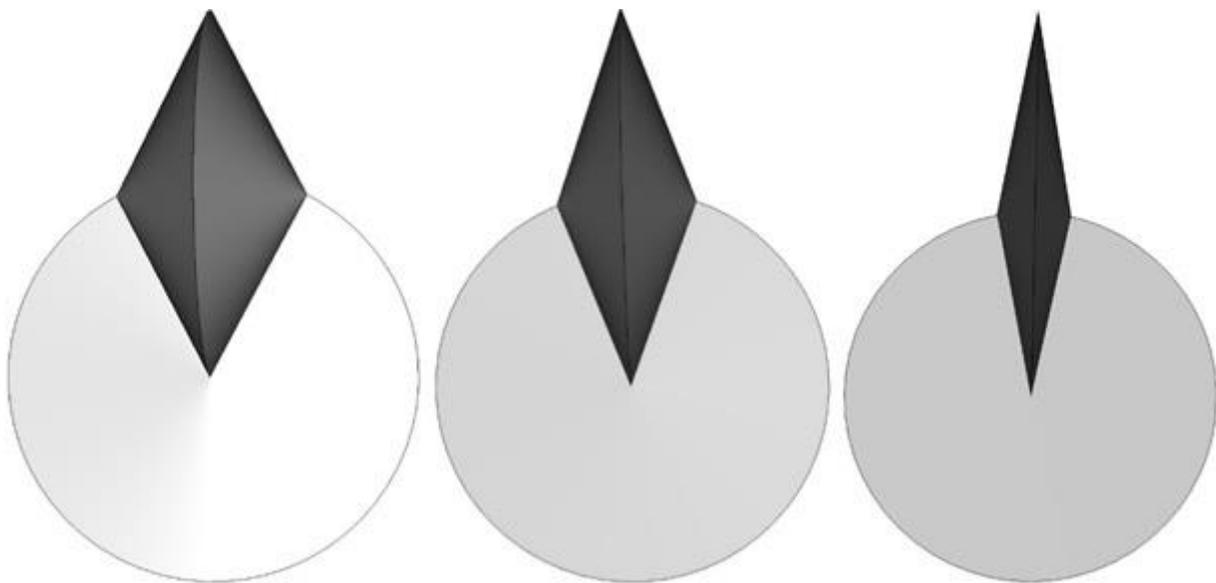


Abbildung 25: Oberansicht des siamesischen Doppelkegels in den drei errechneten Lagen

3.4. Namensgebung

Bei einem Großteil der Modelle handelt es sich um gut untersuchte und bekannte Mechanismen. Deshalb könnte man fälschlicherweise davon ausgehen, dass die Namensgebung kein Problem darstellen sollte, doch gerade der große Bekanntheitsgrad sorgt für verschiedene Bezeichnungen in diversen Literaturen. Oft sind es nur kleine Unterschiede, aber teilweise kam es auch vor, dass sie nach unterschiedlichen Wissenschaftlerinnen oder Wissenschaftlern benannt worden sind, wenn diese zur annähernd gleichen Zeit ein und dasselbe Objekt beschrieben, ohne voneinander zu wissen. Natürlich beziehen sich nicht alle Bezeichnungen auf die jeweiligen Forscherinnen und Forscher, wie zum Beispiel der Dixonmechanismus oder das Bennett-Isogramm, der Name kann auch die Getriebeart (z.B. Planetengetriebe oder Kegelradgetriebe), die dabei verwendeten Gelenke (z.B. Gelenkdeltoid oder Königsgelenk), das Ergebnis (z.B. Geradföhrung oder Darstellung der affinen Transformation), das Aussehen (z.B. Ovalwerk oder Sechshorn) oder anderes beschreiben.

Unsere Aufgabe lag nun darin, in unseren Katalogen eine möglichst einheitliche Benennung zu verwenden. Deshalb versuchten wir zu verstehen, wozu die jeweiligen Modelle erstellt wurden, und ihre Namen dazu passend auszuwählen. Am besten lässt sich diese Vorgehensweise anhand von den folgenden Beispielen erklären.

Zuerst möchten wir hierfür das Modell Nummer 27 aus dem ebenen Katalog (Abb. 26) anführen.

<p>Vierstabgetriebe (#27)</p> <p>Englische Bezeichnung: four-bar linkage</p> <p>Kinematisches Verhalten: beweglich</p> <p>Beschreibung: Dreifache Erzeugung einer Koppelkurve nach dem Satz von ROBERTS. Ausgestellt im Österreich-Pavillon der Weltausstellung 1967 in Montreal.</p>	
---	---

Abbildung 26: Screenshot von Modell Nr. 27 des ebenen Kinematik-Kataloges

Es handelt sich hierbei um drei verschiedene Vierstabgetriebe, auch Koppelgetriebe genannt, bestehend aus Kurbel, Schwinge und Koppel, welche eine Koppelkurve erzeugen. Mögliche Namen wären also: Vierstabgetriebe, Koppelgetriebe oder Koppelkurve. Nun betrachteten wir das eigentliche Ziel des Modells, nämlich, den Satz von Roberts darzustellen, welcher besagt, dass jede Koppelkurve eines Vierstabgetriebes durch zwei weitere Getriebe dieser Art erzeugt werden kann.

Also entschieden wir uns, wie man in Abbildung 26 erkennen kann, für das Vierstabgetriebe als Bezeichnung, da es bei diesem Objekt vorrangig darum geht, eine bestimmte Eigenschaft (eben den Satz von Roberts) dieser Getriebeart darzustellen.

Ein weiteres interessantes Beispiel liefert der Inversor von Peaucellier, welcher in einer bestimmten Einstellung eine Gerade erzeugt. Dieser ist so bekannt, dass am Institut sogar fünf Modelle dazu existieren.

In Abbildung 27 kann man einen solchen Apparat sehen. Dieses Modell lässt sich auf der Rückseite verstellen, sodass nicht nur die Gerade sondern auch andere Inversionen erzeugt werden können.

Bei Modell Nr. 34 des ebenen Kataloges (Abb. 28) hingegen ist der Inversor fixiert, wodurch die Spitze lediglich ein Geradenstück nachfährt. Hierbei konzentriert sich die Darstellung also eindeutig auf das Ergebnis und nicht wie in Objekt Nr. 48 des ebenen Kinematik-Kataloges auf den Vorgang. Daher auch die unterschiedlichen Bezeichnungen im Onlinekatalog

Inversor von PEAUCELLIER (#48)

Englische Bezeichnung:

PEAUCELLIER's inversor

Kinematisches Verhalten:

beweglich

Beschreibung:

Ein Inversor ist ein Apparat, der die Inversion mechanisch verwirklicht. Der Inversor von PEAUCELLIER war der erste seiner Art.

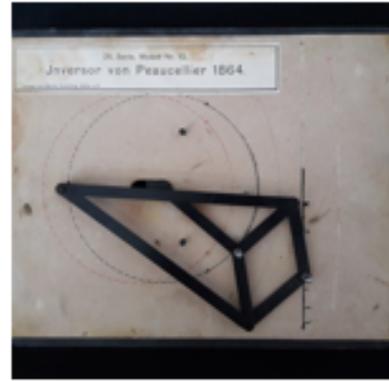


Abbildung 27: Screenshot von Modell Nr. 48 des ebenen Kinematik-Kataloges

Exakte Geradführung (#34)

Englische Bezeichnung:

exact straight-line linkage

Kinematisches Verhalten:

beweglich

Beschreibung:

Exakte Geradführung nach PEAUCELLIER durch den Inversor von PEAUCELLIER. Einem Kreis durch das Inversionszentrum entspricht eine Gerade.



Abbildung 28: Screenshot von Modell Nr. 34 des ebenen Kinematik-Kataloges

Weitere Informationen zu den jeweiligen Modellen, die nicht sofort aus unserer Namensgebung und/oder den Bildern ersichtlich sind, haben in der Objektbeschreibung Platz gefunden.

3.5. Modellfotos

Ein mit großem Aufwand verbundener Teil unserer Arbeit war es, Fotos von den Modellen anzufertigen. Wir entschieden uns dafür, im Gegensatz zu unserer Vorbild-Sammlung, quadratische Fotos für die Onlinekataloge zu verwenden, um Verzerrungen bei der Voranzeige der Bilder zu vermeiden. Dafür benutzten wir unsere Handykameras, da wir diese einerseits bereits zur Verfügung hatten und so keine Geräte ausborgen oder besorgen mussten. Andererseits ist die Auflösung der aktuellen Geräte gut genug, um die für solch einen Katalog notwendigen Fotos anzufertigen. Außerdem ist die Handhabung einer Handykamera relativ unkompliziert, da sich viele Einstellungen, wie zum Beispiel die Schärfe oder der Blitz, automatisch an das zu fotografierende Objekt und die Umgebung anpassen. Ein wichtiger Aspekt, welchen man im ersten Moment vielleicht nicht bedenkt, ist die Wahl des Hintergrunds.

Hier sind Faktoren wie ein einheitliches Erscheinungsbild, Ästhetik sowie der Informationsgehalt der Bilder (z.B. Sichtbarkeit von Bahnkurven) zu berücksichtigen. Für die Fotos der ebenen Modelle wählten wir einen schwarzen und einen weißen Hintergrund, da dunkle Objekte auf Schwarz untergehen und bei hellen Objekten auf weißem Untergrund teilweise nicht erkennbar ist, was dargestellt werden soll. Ein Tafelmodell bildeten wir auf der Tafel ab, um seinen Zweck in die Fotos miteinzubinden. Bei den anderen dreien war dies leider nicht möglich. Für die räumlichen Modelle nutzten wir die Tafel und ein schwarzes Tuch (Abb. 29) als Grundlage für die Bilder.

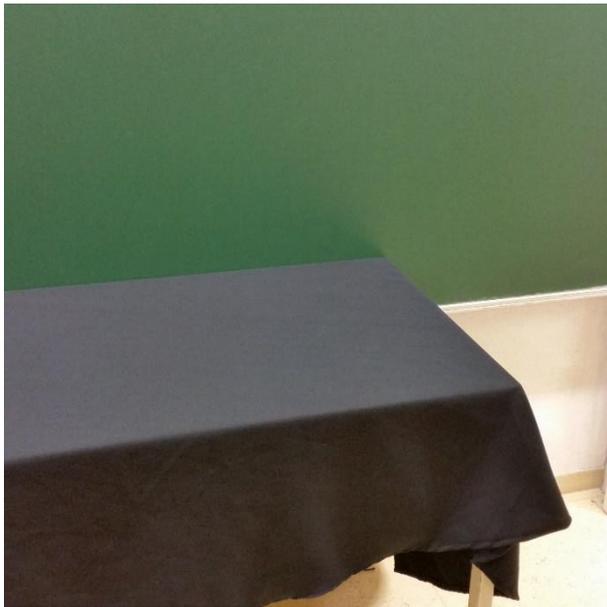


Abbildung 29: Fotohintergrund für räumliche Modelle

Ein wesentlicher Teil der Fotografie ist die Beleuchtung. Sowohl die Lichtverhältnisse im Raum als auch die Benutzung eines Blitzes spielen dabei eine Rolle. Einige Modelle bzw. Teile der Objekte bestehen aus Acrylglas, welches dazu neigt, einfallendes Licht widerzuspiegeln und dadurch schwer abzubilden ist. Auch die Strohalmobjekte bereiteten aufgrund ihrer reflektierenden Oberfläche diesbezüglich Schwierigkeiten. Um diese Problematik zu lösen, errichteten wir einen provisorischen lichtleeren „Raum“, indem wir ein schwarzes Tuch um einen Tisch wickelten und die Modelle darunter fotografierten, wie man in den Abbildungen 30 und 31 sehen kann.



Abbildung 30: Aufbau für die Fotografie von Modellen mit Acrylglasbestandteilen



Abbildung 31: Fotografieren von Modellen mit Acrylglasbestandteilen

Besonders kritisch war es, Fotos von den Overhead-Modellen, großen Objekten und den Einschubkästen aus dem Getriebebeschaukasten anzufertigen. Bei den Overhead-Demonstrationsobjekten lag die Schwierigkeit sowohl bei den richtigen Lichtverhältnissen als auch bei der Wahl des Hintergrundes. Das Acrylglas, aus welchem diese Modelle bestehen, reflektiert sehr stark, wodurch es schwer ist, Fotos anzufertigen, in denen die Fotografin bzw. der Fotograf nicht mit abgebildet wird und auch der Blitz keine grellen Flecken hinterlässt und dadurch eventuell wichtige Aspekte des Anschauungsgegenstandes verdeckt. Selbst mithilfe eines Polarisationsfilters ist es nicht gelungen, die Modelle unverzerrt und lotrecht abzubilden. Außerdem sind auf einigen dieser Objekte Kurven eingraviert, welche bei der Wahl des Hintergrundes eine entscheidende Rolle spielten. Die Farben der Modelle, wären auf weißem Hintergrund bestimmt besser zur Geltung gekommen aber die Kurven wären auf Weiß nicht zu sehen gewesen und selbst auf Schwarz sind sie nicht perfekt zu erkennen, wie man in Abbildung 32 sehen kann. Nachdem wir verschiedene Kombinationsmöglichkeiten von Hintergrund, Beleuchtung und Abbildungswinkel ausprobiert hatten, beschlossen wir die Overhead-Objekte schräg, auf schwarzem Hintergrund und mit Blitz abzubilden. Die Ausnahme bildet Modell Nr. 54 aus dem ebenen Kinematik-Katalog (Abb. 32), da das Modell ohne Blitz zwar unscharf erscheint, aber die angenäherte Geradföhrung besser erkennbar ist, weshalb wir beide Versionen in den Katalog aufgenommen haben.

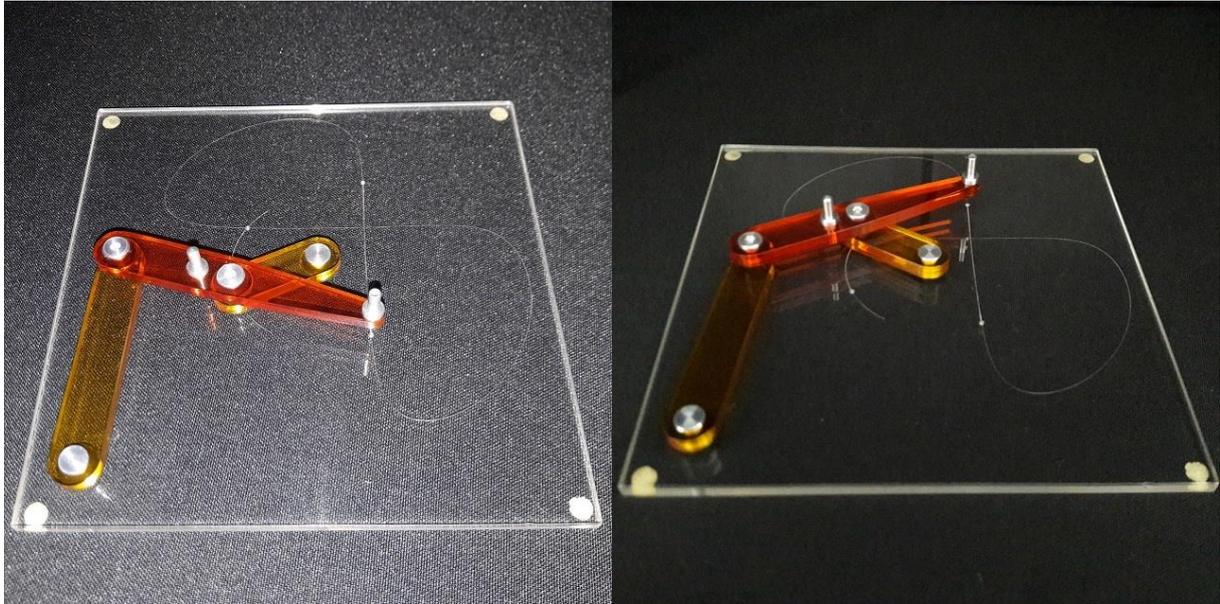


Abbildung 32: Vergleich: Overheadmodell mit und ohne Blitz fotografiert (Modell Nr. 54 ebener Katalog)

Bei großen Modellen, wie zum Beispiel den Hypoidrädern, der Multiplikationstafel und dem Zykloidengetriebe, waren die Probleme eher auf des Gewicht und die Größe der Objekte zurückzuführen, da es mit den uns zur Verfügung stehenden Mitteln manchmal etwas knapp war, entsprechende Bilder ohne Spiegelungen und mit passenden Hintergründen anzufertigen (Abb. 33 und 34).



Abbildung 33: Fotografieren von großen Objekten (Modell Nr. 37 im ebenen Katalog)



Abbildung 34: Der Hintergrund für große dreidimensionale Objekte (Modell Nr. 122 im ebenen Katalog)

Die Fotos der Modelle vom Getriebeschaukasten bereiteten uns von Anfang an Kopfzerbrechen. Zum einen aufgrund der Acrylglasabdeckungen der einzelnen Einschubkästen und zum anderen wegen der Beleuchtung am Flur und der Tatsache,

dass niemand genau wusste, wie man die einzelnen kleinen Boxen aus dem Schaukasten herausbekommt. Nach einigem Herumprobieren und auch Konsultieren von Institutsangehörigen, wie zum Beispiel Friedrich Manhart und Hellmuth Stachel, konnten wir die Modelle aus dem Kasten am Flur herausnehmen und so zumindest die Problematik der Beleuchtung lösen. Die Herausforderung der Spiegeleigenschaft von Acrylglas blieb. Es war auch nicht möglich, die Einschubkästen wie die Overhead-Modelle schräg zu fotografieren, um dies zu umgehen, da aufgrund der Konstruktion ein Knick im Bild wichtige Details verschwinden ließe. Bei einem Einschubmodell wagten wir dann den Versuch des Aufschaubens, was sich zwar händisch aufgrund der vier teils schon beschädigten Plastikschrauben pro Kasten als anstrengend erwies aber funktionierte. Wir beschlossen die anderen Modelle mit dem Akkuschauber bei unserem nächsten Arbeitstreffen zu öffnen, zu putzen und zu fotografieren. Da die Einschubkästen quadratisch sind, entschieden wir uns, die Bilder so anzufertigen, dass kein Hintergrund notwendig sein würde. Dafür bauten wir ein provisorisches Stativ (Abb. 35), welches es uns ermöglichte, rasch und ordentlich vorzugehen. Allerdings haben einige der Modelle noch Acrylglas unter der Abdeckung, auf welchen Kurven eingraviert sind, wodurch wir auch hierfür unter den Tisch ausweichen mussten, um Spiegelungen und Reflexionen zu vermeiden. Bei der Arbeit mit dem Getriebeschaukasten stießen wir auf diverse Unterlagen, unter anderem auch auf die Konstruktionspläne einzelner Einschubkästen (siehe Abb. 36), welche wir auch in den Katalog aufnahmen, da sie für die Anschauung hilfreich sind.



Abbildung 35: Improvisiertes Stativ für das Fotografieren der Getriebeschaukasten-Modelle

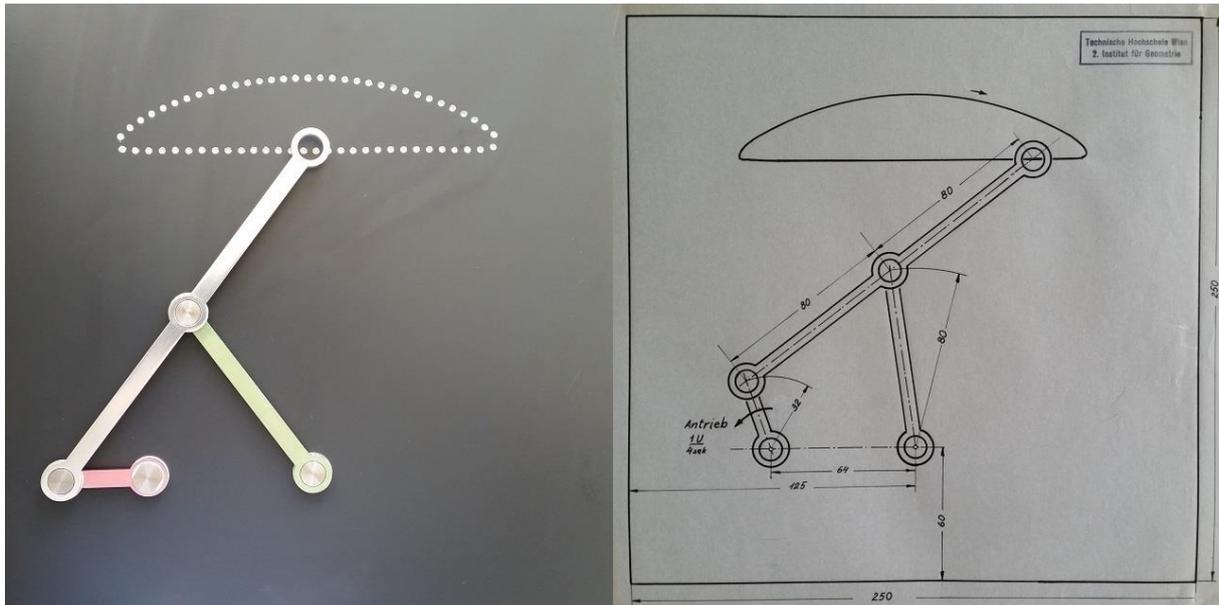


Abbildung 36: Angenäherte Geradföhrung nach Tschebyscheff, links: Modell Nr. 1 im ebenen Katalog, rechts: dazupassender Plan von Hand mit Tusche gefertigt

Wir fertigten von jedem Modell ausreichend Bilder an, um die Beweglichkeit zu veranschaulichen und auch besondere Lagen vorzustellen. Für die Homepage wählten wir maximal drei Fotos pro Objekt aus, welche aus unserer Sicht die aussagekräftigsten oder interessantesten sind. Bei starren und auch kippenden



Abbildung 37: Getriebebeschaukasten

Modellen entschieden wir uns dafür, nur ein bis zwei Bilder auf die Homepage zu laden. Aufgrund der Struktur der Programmierung mussten wir in solchen Fällen ein „dummy.jpg“-Bild, welches ein weißes Bild ist, in die Access-Datei einfügen.

Für die Startseite unserer Sammlung fertigten wir außerdem noch einige Fotos vom Getriebebeschaukasten auf dem Flur des Instituts an (Abb. 37). Dafür mussten wir, um diverse Reflexionen zu vermeiden, den Flur abdunkeln und Vitrinen an den Wänden abdecken.

3.6. Literaturhinweise zusammentragen

Der aufwendigste Teil unserer Arbeit bestand sicherlich im Zusammentragen der passenden Literaturen. Da die Modelle nicht nur einen speziellen Teil, sondern beinahe das gesamte Fachgebiet der Kinematik abdecken, sind viele Bücher durch unsere Hände gegangen. Insgesamt sind bei den Literaturhinweisen 86 verschiedene Werke aufgelistet (31 bei den ebenen, 55 bei den räumlichen Modellen).

Den Anfang der Recherche lieferten wieder die Modellkataloge, welche einige Literaturhinweise enthalten, und unser Betreuer, welcher uns freundlicherweise auch Bücher aus seinem Eigentum zur Verfügung stellte. Die größte Hilfe für den ersten Katalog war dabei das Werk „Ebene Kinematik“ von Walter Wunderlich, welches einen Überblick über viele kinematische Sachverhalte liefert. Für die Auflistung der räumlichen Objekte recherchierten wir vorwiegend im „digitalen Archiv der Arbeiten von Walter Wunderlich“ von der Abteilung für Geometrie der Universität für Angewandte Kunst Wien, welches von Günter Wallner erstellt wurde (siehe: <http://sodwana.uni-ak.ac.at/geom/mitarbeiter/wallner/wunderlich/>).

Da wir es uns als Ziel gesetzt hatten, zu jedem Objekt zumindest eine Literatur anzuführen, suchten wir für die restlichen Modelle im Internet weiter. Dabei fanden wir Online-Zugänge zu einigen Werken oder auch Hinweise zu Büchern, welche wir großteils in der Bibliothek vorfanden. Da wir hauptsächlich im Sozialraum des Instituts arbeiteten, ergaben sich des Öfteren Gespräche mit diversen Professoren, welche uns auch Anregungen zur weiteren Suche lieferten.

Speziell zu erwähnen ist Objekt Nr. 49 aus dem räumlichen Katalog (Abb. 38).

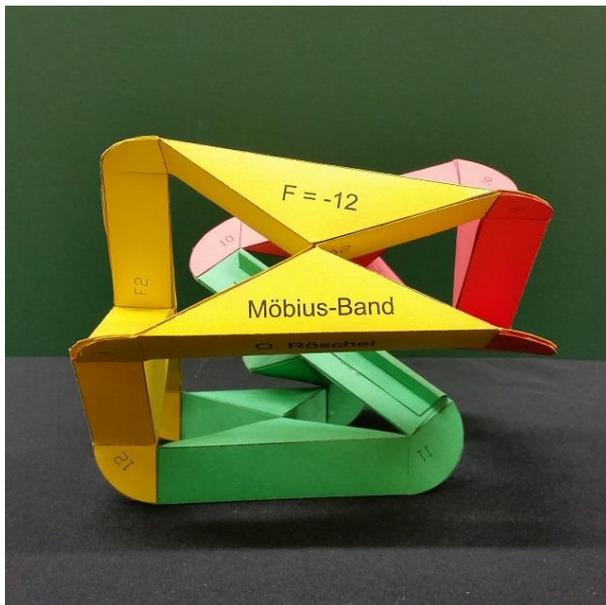


Abbildung 38: Modell Nr. 49 des räumlichen Kinematik-Kataloges

Dabei handelt es sich um ein Möbius-Band, welches laut Beschriftung von Otto Röschel stammt. Nach intensiver, aber ergebnisloser Recherche einiger seiner Veröffentlichungen, kontaktierten wir ihn via E-Mail und erhielten bereits am nächsten Tag den Titel des passenden Werkes als Antwort.

Trotz aller Bemühungen konnten wir zu drei der ebenen und neun der räumlichen Modelle keine passende Literatur finden.

Nachdem alle Informationen und Bilder in der Access-Datei von unserem Betreuer begutachtet worden waren, blieb noch ein letzter Schritt: die Reihenfolge des Erscheinens der Modelle in den Katalogen auszuwählen. Wir wollten erreichen, dass

die nachfolgenden Objekte nicht nur thematisch, sondern auch vom Äußerlichen zueinander passen. Darum teilten wir die Modelle in verschiedene Kategorien ein, welche wir jeweils alphabetisch sortierten. So sind zum Beispiel im Katalog der ebenen Kinematik alle Overhead- oder Getriebekasten-Modelle nacheinander aufgelistet. Dies hat natürlich keinen inhaltlichen Wert, sollte jedoch der optischen Aufwertung der Kataloge dienen. Es tauchten auch nach Abschluss der Arbeit am ebenen Katalog noch einige passende Modelle auf. Da wir sie nachträglich aufnahmen, wurden diese acht Objekte einfach hinten angereiht. Ähnlich ist es uns beim räumlichen Katalog ergangen, bei welchem das letzte Modell (Abb. 39 rechts) erst am Tag vor der Abgabe unserer Arbeit im Sekretariat gefunden wurde. Auch dieses wurde am Ende des Kataloges angehängt, obwohl es thematisch besser zu Modell Nr. 14 (Abb. 39 links) gepasst hätte.

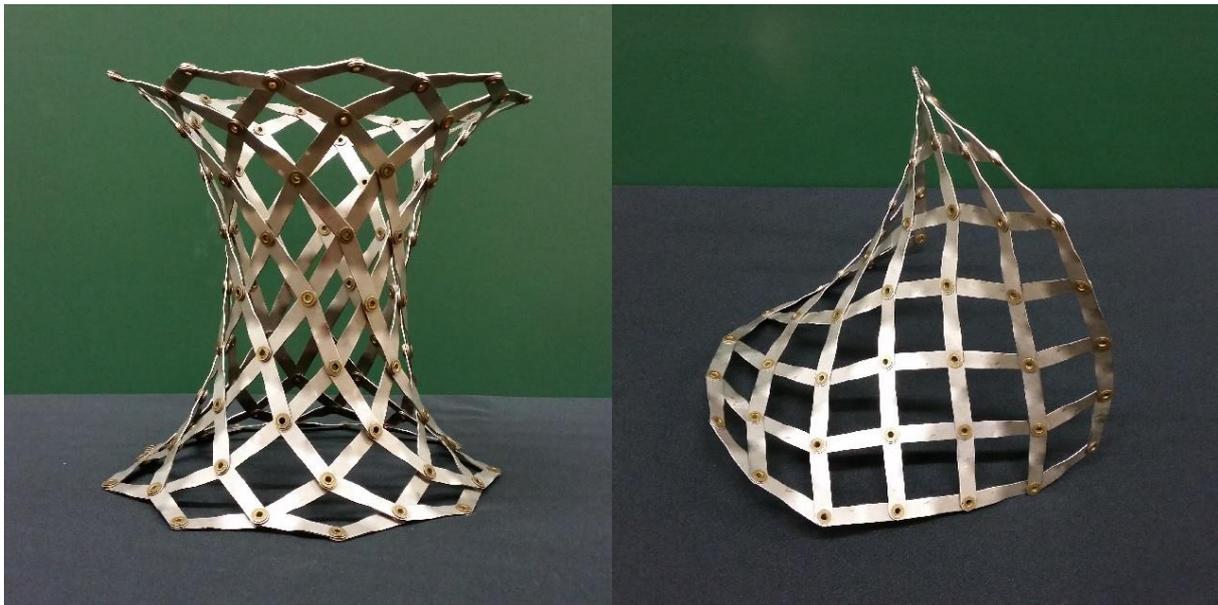


Abbildung 39: Radon-Thomas' Netze (links: Modell Nr. 14, rechts: Modell Nr. 107)

4. Sammlung kinematischer Modelle

Die fertige Homepage wurde von Georg Nawratil in Zusammenarbeit mit Ronald Haidvogel gestaltet. Von der Startseite (Abb. 40) aus, gelangt man zu den zwei Katalogen, welche in den folgenden Unterkapiteln beschrieben werden.



Die Sammlung kinematischer Modelle

am Institut für Diskrete Mathematik und Geometrie

Modelle aus dem Bereich der Kinematik

Eine Bestandsaufnahme der Modelle aus dem Bereich der Kinematik wurde im Rahmen des *Seminars für höhere Geometrie* von **Anja Gerstendorfer** und **Marta Tükkör** begonnen und im Zuge einer gemeinsamen *Diplomarbeit* fertiggestellt. Resultat dieser Seminar- und Diplomarbeit, jeweils betreut von **Georg Nawratil**, sind die vorliegenden zwei Onlinekataloge:

- [Onlinekatalog der ebenen Kinematik](#)
- [Onlinekatalog der Raumkinematik](#)

welche 127 bzw. 107 Einträge umfassen. Dieser umfangreiche Bestand ist dem besonderen Stellenwert der Kinematik in Forschung und Lehre hinsichtlich des geschichtlichen Verlaufs des Instituts geschuldet.

Quellen und Danksagung

Die Einträge in den beiden Onlinekatalogen basieren größtenteils auf drei im Besitz der Institutsbibliothek befindlichen Modellkataloge, welche von **Wilhelm Fuhs et al.** im Auftrag von **Walter Wunderlich** erstellt wurden. Ergänzungen konnten Dank der Mithilfe von **Hellmuth Stachel** vorgenommen werden. Weiterer Dank gebührt **Ronald Haidvogel** für seine Unterstützung bei der Erstellung der Modelldatenbank und deren Einbindung in die Homepage. Als Vorlage dafür diente die Programmierung der *Sammlung mathematischer Modelle*.

Bemerkung

Leider musste bei der aktuellen Bestandsaufnahme festgestellt werden, dass einige in den Modellkatalogen gelistete Modelle verschollen sind. Bedauerlicherweise befinden sich darunter auch zwei Einschubelemente des Getriebemodell-Schaukastens, welcher am Gang des Instituts aufgestellt ist (siehe Foto).

Interne Links

- [Analyse ebener Getriebe mit Verwendung Dynamischer Geometrie-Software](#)
- [Die Sammlung mathematischer Modelle](#)
- [Picture Gallery of Map Projections](#)



Getriebemodell-Schaukasten am Gang des Instituts

Navigation

[Onlinekatalog der ebenen Kinematik](#)

[Onlinekatalog der Raumkinematik](#)

Quick Links

[Analyse ebener Getriebe \(in German\)](#)

[Sammlung mathematischer Modelle \(in German\)](#)

[Picture Gallery of Map Projections](#)

[H. Havlicek: Visualisation](#)

[Sitemap](#)

Abbildung 40: Screenshot der Homepage der kinematischen Sammlung

4.1. Modelle der ebenen Kinematik

Der Katalog der ebenen kinematischen Modelle umfasst 127 Einträge. Davon sind drei starr, drei kippend, acht wackelig und 113 beweglich. Bei den drei starren Demonstrationsobjekten wurde jeweils nur ein Foto in den Onlinekatalog aufgenommen. Bei fünf weiteren Modellen wurde ebenfalls nicht das volle Platzangebot für Bilder genutzt, da nur zwei verschiedene Lagen oder Ansichten möglich waren und für den Katalog ausgewählt wurden.

Die zur Sortierung erwähnten Kategorien in aufscheinender Reihenfolge und mit der Anzahl der vertretenen Exemplare sind: 29 Schaukastenmodelle, neun Plattenmodelle, 14 Plattenmodelle der Firma Schilling, 15 Overheadmodelle, vier Tafelmodelle, sieben besonders große Objekte, drei symmetrische Rollungen, vier Metallmodelle von Karl Wanka, fünf andere Metallobjekte, 27 Kartonmodelle (wobei diese wiederum in sechs Unterkategorien, je nach verwendeter Art des Kartons, unterteilt wurde), zwei Holzmodelle und abschließend noch die acht nachträglich hinzugefügten Objekte. Zur Veranschaulichung möchten wir nun je einen Screenshot des Kataloges zu Modellen aus den einzelnen Rubriken zeigen.

Die Modelle zur ebenen Kinematik

am Institut für Diskrete Mathematik und Geometrie

Angenäherte Geradführung (#3)

Englische Bezeichnung:

approximate straight-line mechanism

Kinematisches Verhalten:

beweglich

Beschreibung:

Gelenkviereck mit zwei ähnlichen Koppelkurven. Links ist eine angenäherte Geradführung nach EVANS, auch bekannt als Grasshopper-Mechanismus, rechts nach WATT.

Verwendungszweck:

Schaukastenmodell

Hersteller:

Wiener Schwachstromwerke nach Entwurf von Wilhelm Fuhs

Material:

Kunststoff, Acrylglas, Metall

Maße (h x b):

25.1 cm x 25.1 cm

Modellkatalognummer:

034

Inventarnummer:

1238

Ähnliche Modelle:

keine

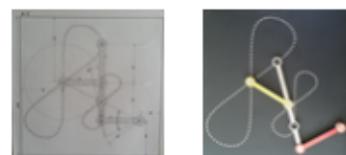
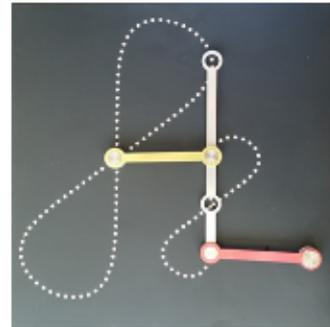
Literatur:

W.WUNDERLICH: Getriebemodell-Schaukasten an der Technischen Hochschule Wien.

Elektrotechnik u. Maschinenbau 84 (1967), S. 438-440

W. WUNDERLICH: Demonstration models for teaching kinematics, Bull. Mech. Eng. Educ. 7 (1968), S. 332-334

W. WUNDERLICH: Ebene Kinematik (Hochschultaschenbuch 447/447a), Bibliograph. Inst. Mannheim, Mannheim (1970), S. 78 ff



<< zurück vor >>
zur Übersicht

Abbildung 41: Screenshot von Modell Nr. 3 des ebenen Kinematik-Kataloges

Die Modelle zur ebenen Kinematik

am Institut für Diskrete Mathematik und Geometrie

Angenäherte Geradföhrung (#31)

Englische Bezeichnung:

approximate straight-line mechanism

Kinematisches Verhalten:

beweglich

Beschreibung:

Angenäherte Geradföhrung nach TSCHEBYSCHEFF, erzeugt durch eine Doppelschwinge.

Verwendungszweck:

Demonstrationsmodell

Hersteller:

Karl Wanka

Material:

Kunststoff, Metall

Maße (h x b):

25.2 cm x 21.0 cm

Modellkatalognummer:

064

Inventarnummer:

nicht inventarisiert

Ähnliche Modelle:

5

Literatur:

W. WUNDERLICH: Ebene Kinematik (Hochschultaschenbuch 447/447a), Bibliograph. Inst. Mannheim, Mannheim (1970), S. 80 f

A. B. KEMPE: How to draw a straight line. London Macmillan and Co. (1877), S. 11



<< zurück vor >>
zur Übersicht

Abbildung 42: Screenshot von Modell Nr. 31 des ebenen Kinematik-Kataloges

Die Modelle zur ebenen Kinematik

am Institut für Diskrete Mathematik und Geometrie

Planetengeräte (#42)

Englische Bezeichnung:

planetary motion

Kinematisches Verhalten:

beweglich

Beschreibung:

Planetengeräte samt Bahnhypotrochoiden dreier Punkte (verschlungene, gestreckte und gespitzte Form).

Verwendungszweck:

Demonstrationsmodell

Hersteller:

Fa. M. Schilling

Material:

Glas, Metall, Papier

Maße (h x b):

27.1 cm x 22.2 cm

Modellkatalognummer:

nicht aufgelistet

Inventarnummer:

2231 c

Ähnliche Modelle:

19, 20, 21, 22, 39, 40, 41, 43, 60, 61

Literatur:

W. WUNDERLICH: Ebene Kinematik
(Hochschultaschenbuch 447/447a),
Bibliograph. Inst. Mannheim, Mannheim
(1970), S. 146 ff



<< zurück vor >>
zur Übersicht

Abbildung 43: Screenshot von Modell Nr. 42 des ebenen Kinematik-Kataloges

Die Modelle zur ebenen Kinematik

am Institut für Diskrete Mathematik und Geometrie

Pantograph (#58)

Englische Bezeichnung:

pantograph

Kinematisches Verhalten:

beweglich

Beschreibung:

Der Pantograph, auch Storchschnabel, ist ein Spezialfall des Plagiographen von SYLVESTER und kann zur Reproduktion von Zeichnungen mit dergleichen, einer größeren oder einer kleineren Skalierung als das Original verwendet werden.

Verwendungszweck:

Overheadmodell

Hersteller:

Christian Dieckmann (TU Dresden)

Material:

Acrylglas

Maße (h x b):

13.0 cm x 13.0 cm

Modellkatalognummer:

nicht aufgelistet

Inventarnummer:

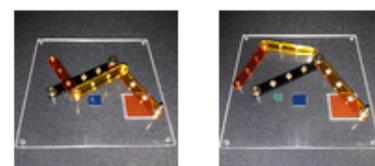
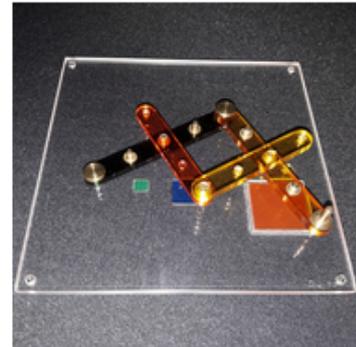
nicht inventarisiert

Ähnliche Modelle:

120, 121

Literatur:

W. WUNDERLICH: Ebene Kinematik
(Hochschultaschenbuch 447/447a),
Bibliograph. Inst. Mannheim, Mannheim
(1970), S. 87 f



<< zurück vor >>
zur Übersicht

Abbildung 44: Screenshot von Modell Nr. 58 des ebenen Kinematik-Kataloges

Die Modelle zur ebenen Kinematik

am Institut für Diskrete Mathematik und Geometrie

Koppelkurvenzeichner (#71)

Englische Bezeichnung:

coupler curve drawer

Kinematisches Verhalten:

beweglich

Beschreibung:

Kurvenzeichner zur Zeichnung von Koppelkurven mit Ständer und auswechselbaren Gelenkvierecken (von ursprünglich 8 sind nur mehr 7 erhalten).

Verwendungszweck:

Tafelbild

Hersteller:

B. G. Teubner

Material:

Metall, Holz

Maße (h x b):

51.2 cm x 47.0 cm

Modellkatalognummer:

067, 068, 069

Inventarnummer:

303

Ähnliche Modelle:

72

Literatur:

W. WUNDERLICH: Ebene Kinematik (Hochschultaschenbuch 447/447a), Bibliograph. Inst. Mannheim, Mannheim (1970), S. 66 ff



<< zurück vor >>
zur Übersicht

Abbildung 45: Screenshot von Modell Nr. 71 des ebenen Kinematik-Kataloges

Die Modelle zur ebenen Kinematik

am Institut für Diskrete Mathematik und Geometrie

Zykloidenverzahnung (#78)

Englische Bezeichnung:

cycloidal gearing

Kinematisches Verhalten:

beweglich

Beschreibung:

Zykloidenverzahnung nach DE LA HIRE (1694).

Verwendungszweck:

Demonstrationsmodell

Hersteller:

unbekannt

Material:

Holz, Metall

Maße (h x b):

46.0 cm x 44.0 cm

Modellkatalognummer:

072

Inventarnummer:

A 177

Ähnliche Modelle:

29, 52

Literatur:

W. WUNDERLICH: Ebene Kinematik (Hochschultaschenbuch 447/447a), Bibliograph. Inst. Mannheim, Mannheim (1970), S. 212 ff



<< zurück vor >>
zur Übersicht

Abbildung 46: Screenshot von Modell Nr. 78 des ebenen Kinematik-Kataloges

Die Modelle zur ebenen Kinematik

am Institut für Diskrete Mathematik und Geometrie

Symmetrische Rollung (#80)

Englische Bezeichnung:

symmetric rolling motion

Kinematisches Verhalten:

beweglich

Beschreibung:

Parabelrollung, welche alternativ durch eine symmetrische Winkelschleife erzeugt werden kann.

Verwendungszweck:

Demonstrationsmodell

Hersteller:

unbekannt

Material:

Karton

Maße (h x b):

20.0 cm x 20.0 cm

Modellkatalognummer:

nicht aufgelistet

Inventarnummer:

nicht inventarisiert

Ähnliche Modelle:

keine

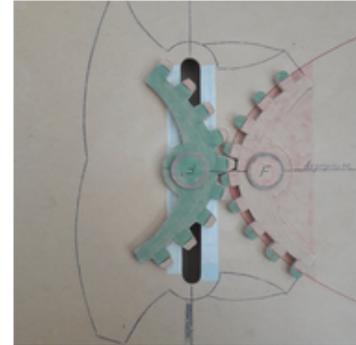
Literatur:

W. WUNDERLICH: Ebene Kinematik
(Hochschultaschenbuch 447/447a),
Bibliograph. Inst. Mannheim, Mannheim
(1970), S. 112 ff

R. BEREIS: Über die symmetrische Rollung,
Österreichisches Ingenieur-Archiv (1953),
Band VII, Heft 3, S. 243-246

Animation:

<http://www.geometrie.tuwien.ac.at/havlicek/work/vid003.html>



<< zurück vor >>
zur Übersicht

Abbildung 47: Screenshot von Modell Nr. 80 des ebenen Kinematik-Kataloges

Die Modelle zur ebenen Kinematik

am Institut für Diskrete Mathematik und Geometrie

Dreiblatt im Pentagramm (#82)

Englische Bezeichnung:

circular trifolium curve revolving in a pentagram

Kinematisches Verhalten:

beweglich

Beschreibung:

Zwangläufiges höheres Elementenpaar:
Modell für die Bewegung eines Dreiblatts im
Pentagon.

Verwendungszweck:

Demonstrationsmodell

Hersteller:

Karl Wanka

Material:

Metall

Maße (h x b):

20.0 cm x 21.0 cm

Modellkatalognummer:

001

Inventarnummer:

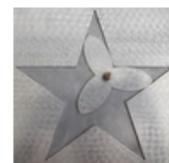
870

Ähnliche Modelle:

keine

Literatur:

W. WUNDERLICH: Über eine Klasse
zwangläufiger höherer Elementenpaare. Z.
Angew. Math. Mech. 19 (1939), S. 177-181



<< zurück vor >>
zur Übersicht

Abbildung 48: Screenshot von Modell Nr. 82 des ebenen Kinematik-Kataloges

Die Modelle zur ebenen Kinematik

am Institut für Diskrete Mathematik und Geometrie

Neunstabgetriebe (#89)

Englische Bezeichnung:

nine-bar linkage

Kinematisches Verhalten:

starr

Beschreibung:

Starres Neunstabgetriebe. Auf Grund von Gelenkspielräumen, die der nicht allzu hohen Präzision der Bohrungen und Nietung geschuldet sind, ist das eigentlich starre Modell etwas beweglich.

Verwendungszweck:

Demonstrationsmodell

Hersteller:

Hellmuth Stachel

Material:

Metall

Maße (h x b):

24.5 cm x 23.5 cm

Modellkatalognummer:

nicht aufgelistet

Inventarnummer:

nicht inventarisiert

Ähnliche Modelle:

keine

Literatur:

W. WUNDERLICH: Über Ausnahmefachwerke, deren Knoten auf einem Kegelschnitt liegen. Acta Mechanica 47 (1983), S. 291-300



<< zurück vor >>
zur Übersicht

Abbildung 49: Screenshot von Modell Nr. 89 des ebenen Kinematik-Kataloges

Die Modelle zur ebenen Kinematik

am Institut für Diskrete Mathematik und Geometrie

Merkwürdiges Zwölfstabgetriebe (#115)

Englische Bezeichnung:

WUNDERLICH's twelve-bar linkage

Kinematisches Verhalten:

beweglich

Beschreibung:

Zwölfstabgetriebe nach WUNDERLICH, welches auch Getriebestellungen mit 2-parametrischer Beweglichkeit besitzt (kinematotropischer Mechanismus).

Verwendungszweck:

Demonstrationsmodell

Hersteller:

Wilhelm Fuhs

Material:

Karton

Maße (h x b):

47.2 cm x 97.3 cm

Modellkatalognummer:

009

Inventarnummer:

912

Ähnliche Modelle:

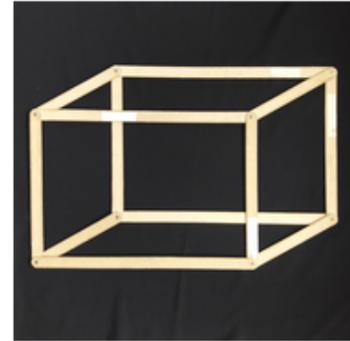
69, 86, 116

Literatur:

W. WUNDERLICH: Ein merkwürdiges Zwölfstabgetriebe. Österr. Ingen. Archiv 8 (1954), S. 224-228

K. WOHLHART: Kinematotropic linkages. Recent Advances in Robot Kinematics (J. Lenarcic, V. Parenti-Castelli eds.), Kluwer (1996), S. 359-368

J. E. BAKER: The Closure Modes of Bennett's Twelve-Bar Planar Linkage. ASME Journal of Mechanical Design 126 (2004), S. 464-469



<< zurück vor >>
zur Übersicht

Abbildung 50: Screenshot von Modell Nr. 115 des ebenen Kinematik-Kataloges

Die Modelle zur ebenen Kinematik

am Institut für Diskrete Mathematik und Geometrie

Darstellung der affinen Transformation (#118)

Englische Bezeichnung:

illustration of affine transformation

Kinematisches Verhalten:

beweglich

Beschreibung:

Drei Modelle zur Darstellung der affinen (ähnlichen) Transformation auf der Geraden. Passend zu diesem Objekt befinden sich auch die Darstellung der affinen Transformation in der Ebene bzw. im Raum in diesen Katalogen, wobei letzters im Katalog der räumlichen Modelle zu finden ist. (Dort Modell Nr. 1.)

Verwendungszweck:

Demonstrationsmodell

Hersteller:

Fa. M. Schilling

Material:

Holz

Maße (h x b):

11.7 cm x 84.8 cm

Modellkatalognummer:

606

Inventarnummer:

251

Ähnliche Modelle:

keine

Literatur:



<< zurück vor >>
zur Übersicht

Abbildung 51: Screenshot von Modell Nr. 118 des ebenen Kinematik-Kataloges

Die Modelle zur ebenen Kinematik

am Institut für Diskrete Mathematik und Geometrie

Pantograph (#121)

Englische Bezeichnung:

pantograph

Kinematisches Verhalten:

beweglich

Beschreibung:

Der Pantograph oder Storchnabel, ist ein Spezialfall des Plagiographen von SYLVESTER und kann zur Reproduktion von Zeichnungen mit dergleichen, einer größeren oder einer kleineren Skalierung als das Original verwendet werden. Diesem Modell liegt eine englische Anleitung bei.

Verwendungszweck:

Zeichnung

Hersteller:

Fa. Tecnostyl

Material:

Kunststoff, Metall

Maße (h x b):

39.0 cm x 73.0 cm

Modellkatalognummer:

nicht aufgelistet

Inventarnummer:

nicht inventarisiert

Ähnliche Modelle:

58, 120

Literatur:

W. WUNDERLICH: Ebene Kinematik
(Hochschultaschenbuch 447/447a),
Bibliograph. Inst. Mannheim, Mannheim
(1970), S. 87 f



[<< zurück](#) [vor >>](#)
[zur Übersicht](#)

Abbildung 52: Screenshot von Modell Nr. 121 des ebenen Kinematik-Kataloges

Außerdem existiert noch eine Dokumentationsseite (Abb. 53), welche die Handhabung des Kataloges erklärt.



Institute of Discrete Mathematics and Geometry
Differential Geometry and Geometric Structures



[Main Page](#) | [Sammlung kinematischer Modelle](#) | [Onlinekatalog der ebenen Kinematik](#) | [Dokumentation](#)

Die Modelle zur ebenen Kinematik am Institut für Diskrete Mathematik und Geometrie

Dokumentation des Onlinekatalogs der ebenen Kinematik

In der linken Spalte befindet sich eine Suchoption die es erlaubt den Onlinekatalog nach Stichwörtern zu durchsuchen. Wenn man ein Modell des Suchergebnisses auswählt, so werden die Modelldetails wie folgt ausgegeben. Dazu sei bemerkt, dass sich rechts oben stets ein Modellfoto befindet und rechts unten maximal zwei weitere Fotos desselben Modells vorhanden sind. Durch Anklicken der Fotos werden diese in Originalgröße angezeigt. Unterhalb der optionalen zwei Fotos kann mit [zurück](#) und [vor](#) auf das vorherige bzw. nachfolgende Suchergebnis geblättert werden. Auf das gesamte Suchergebnis kommt man mittels Klick auf [zur Übersicht](#).

Modellname (#Onlinekatalognummer)

Englische Bezeichnung:
English name of the model

Kinematisches Verhalten:
Hier wird notiert ob es sich um ein starres, kippendes, wackeliges oder bewegliches Modell handelt

Beschreibung:
Kurzbeschreibung des Modells

Verwendungszweck:
Medial Einsatz des Modells; also ob es sich um ein Schaukastenmodell, Overheadmodell, Tafelmodell oder Demonstrationsmodell handelt

Hersteller:
Name des Herstellers

Material:
Material(ien) des Modells

Maße (h x b):
Höhe und Breite des Modells, wobei für bewegliche Stabwerke, die nicht auf Platten aufgebracht sind, jeweils die während der Bewegung auftretenden Maximalwerte angegeben sind

Modellkatalognummer:
Nummer des Modells im Modellkatalog

Inventarnummer:
Inventarnummer des Instituts

Ähnliche Modelle:
Hier werden die Nummern von kinematisch ähnlichen Modellen im Onlinekatalog gelistet

Literatur:
Literaturverweis(e) ohne Anspruch auf Vollständigkeit



[<< zurück](#) [vor >>](#)
[zur Übersicht](#)

Abbildung 53: Screenshot der Dokumentation des ebenen Kataloges

4.2. Modelle der Raumkinematik

Der Katalog der räumlichen kinematischen Modelle umfasst 107 Einträge. Davon sind fünf starr, zwölf kippend, 22 wackelig und 68 beweglich. In diesem Onlinekatalog haben wir nur bei zwei Demonstrationsobjekten nicht das volle Platzangebot für Bilder genutzt, da hier, im Vergleich zu den ebenen Modellen, fast immer verschiedene Ansichten möglich sind.

Die zur Sortierung erwähnten Kategorien in aufscheinender Reihenfolge und die Anzahl der dazugehörenden Exemplare sind: ein Objekt aus Holz, vier Quadrikensteckmodelle, acht Drahtmodelle, sechs Metallmodelle, zehn Getriebe (wobei das letzte davon auch zur nächsten Kategorie zählt), 15 Gelenksketten, elf Kartonmodelle, 32 Polyeder, neun Polyeder aus Strohhalmen, vier andere Strohalmmodelle, eine Kugel, fünf sphärische Getriebe und ein im Nachhinein angehängtes Modell. Zur Veranschaulichung möchten wir nun je einen Screenshot des Kataloges zu Modellen aus den einzelnen Rubriken zeigen.

Die Modelle zur Raumkinematik

am Institut für Diskrete Mathematik und Geometrie

Darstellung der affinen Transformation (#1)

Englische Bezeichnung:

affine transformation

Kinematisches Verhalten:

beweglich

Beschreibung:

Bewegliches Holzmodell zur Darstellung der affinen Transformation im Raum. Im Katalog der ebenen Modelle befinden sich passend zu diesem Objekt die Darstellung der affinen Transformation in der Ebene bzw. auf der Gerade. (Dort Modell Nr. 118 und 119.)

Hersteller:

Firma M. Schilling

Material:

Holz

Maße (h x b x t):

22.0 cm x 25.5 cm x 29.0 cm

Modellkatalognummer:

608

Inventarnummer:

253

Ähnliche Modelle:

Literatur:



[vor >>](#)
[zur Übersicht](#)

Abbildung 54: Screenshot von Modell Nr. 1 des räumlichen Kinematik-Kataloges

Die Modelle zur Raumkinematik

am Institut für Diskrete Mathematik und Geometrie

Ellipsoid (#2)

Englische Bezeichnung:

ellipsoid

Kinematisches Verhalten:

beweglich

Beschreibung:

Bewegliches Kreisschnittmodell eines Ellipsoids aus Karton.

Hersteller:

Karl Wanka

Material:

Karton

Maße (h x b x t):

13.1 cm x 18.2 cm x 12.0 cm

Modellkatalognummer:

227

Inventarnummer:

nicht inventarisiert

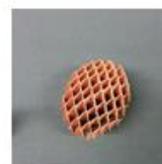
Ähnliche Modelle:

6

Literatur:

H. STACHEL: Flexing models of quadrics.
Proceedings of Seminars on Computational
Geometry, Vol. 5 (SCG'96, Slovakia) (1996),
S. 103-113

E. BOHNE, W.-D. KLIX: Geometrie -
Grundlagen für Anwendungen.
Fachbuchverlag Leipzig-Köln (1995), S. 301 -
303



<< zurück vor >>
zur Übersicht

Abbildung 55: Screenshot von Modell Nr. 2 des räumlichen Kinematik-Kataloges

Die Modelle zur Raumkinematik

am Institut für Diskrete Mathematik und Geometrie

zweischaliges Hyperboloid (#13)

Englische Bezeichnung:

hyperboloid of two sheets

Kinematisches Verhalten:

beweglich

Beschreibung:

Bewegliches zweiteiliges Drahtmodell eines zweischaligen Hyperboloids. Das Modell stellt die mit zwei Scharen von Kreisschnitten behafteten Flächen 2. Ordnung durch ihre Kreisschnitte dar. Die Kreise sind an ihren Kreuzungen durch Herrmann Wieners "geschränkte Verbindungsgelenke" beweglich miteinander verbunden. Durch die Verformbarkeit zeigt das Modell eine ganze Schar von zueinander affinen Hyperboloiden. Die Maße beziehen sich auf die Größe eines der zwei identen Teile.

Hersteller:

unbekannt

Material:

Metall

Maße (h x b x t):

38.0 cm x 56.0 cm x 35.5 cm

Modellkatalognummer:

217

Inventarnummer:

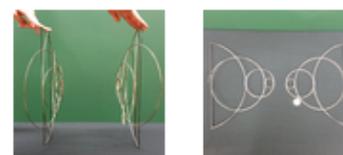
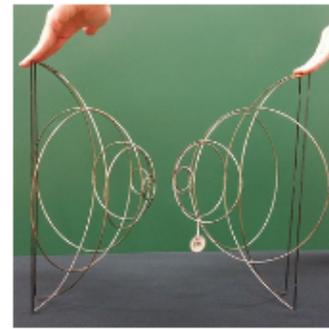
235

Ähnliche Modelle:

Literatur:

H. STACHEL: Flexing models of quadrics. Proceedings of Seminars on Computational Geometry, Vol. 5 (SCG'96, Slovakia) (1996), S. 103-113

H. WIENER: Abhandlung zu Sammlung mathematischer Modelle, Teubner, Leipzig (1907)



<< zurück vor >>
zur Übersicht

Abbildung 56: Screenshot von Modell Nr. 13 des räumlichen Kinematik-Kataloges

Die Modelle zur Raumkinematik

am Institut für Diskrete Mathematik und Geometrie

Kardangelenk (#17)

Englische Bezeichnung:

cardan joint

Kinematisches Verhalten:

beweglich

Beschreibung:

Bewegliches, verstellbares Metallmodell eines Kardangelenks, welches auch unter dem Namen Kreuzgelenk bekannt ist.

Hersteller:

Karl Wanka

Material:

Metall

Maße (h x b x t):

8.4 cm x 17.9 cm x 6.7 cm

Modellkatalognummer:

005

Inventarnummer:

1044

Ähnliche Modelle:

Literatur:

H. STACHEL: Das Gleichlauf-Kugelgelenk - ein Beispiel zum anwendungsorientierten Unterricht aus Darstellender Geometrie. Proceedings SDG Symposium Darstellende Geometrie, Dresden (2000), S. 151-156



<< zurück vor >>
zur Übersicht

Abbildung 57: Screenshot von Modell Nr. 17 des räumlichen Kinematik-Kataloges

Die Modelle zur Raumkinematik

am Institut für Diskrete Mathematik und Geometrie

Zwölfstabgetriebe (#24)

Englische Bezeichnung:

twelve-bar linkage

Kinematisches Verhalten:

beweglich

Beschreibung:

Bewegliches Metallmodell eines Zwölfstabgetriebes, das als geschlossene Kette von vier BENNETT-Isogrammen angesehen werden kann. Bei letzteren handelt es sich um bewegliche, windschiefe Vierecke mit gleichlangen Gegenseiten und gleich großen gegenüberliegenden Schräkwinkeln.

Hersteller:

Karl Wanka

Material:

Metall

Maße (h x b x t):

18.1 cm x 32.0 cm x 18.8 cm

Modellkatalognummer:

013

Inventarnummer:

nicht inventarisiert

Ähnliche Modelle:

23

Literatur:

G. T. BENNETT: The Skew Isogram
Mechanism. Proc. of London Math. Society
(1914), S. 151-173

H. STACHEL: On the Flexibility and Symmetry
of Overconstrained Mechanisms. Proc. Royal
Society A 1-17 (2013), S. 10-12



<< zurück vor >>
zur Übersicht

Abbildung 58: Screenshot von Modell Nr. 24 des räumlichen Kinematik-Kataloges

Die Modelle zur Raumkinematik

am Institut für Diskrete Mathematik und Geometrie

SCHATZ'sche Gelenkskette (#41)

Englische Bezeichnung:

SCHATZ cube

Kinematisches Verhalten:

beweglich

Beschreibung:

Bewegliches Kartonmodell einer übergeschlossenen, orthogonalen BRICARD'schen Sechsgelenkskette. Diese spezielle Kette ist zusätzlich auch als SCHATZ'sche Gelenkskette oder "umstülpbarer Würfel" von SCHATZ bekannt.

Hersteller:

unbekannt

Material:

Karton

Maße (h x b x t):

5.6 cm x 24.0 cm x 21.0 cm

Modellkatalognummer:

nicht katalogisiert

Inventarnummer:

nicht inventarisiert

Ähnliche Modelle:

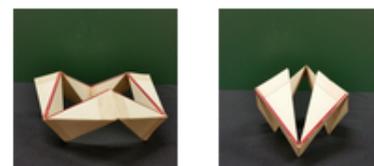
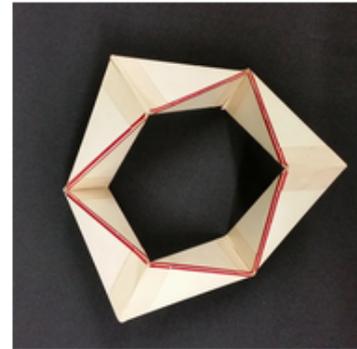
35, 36, 37, 38, 39, 40

Literatur:

W. WUNDERLICH: Umwendung einer regelmäßigen sechsgliedrigen Tetraederkette. Proc. IFToMM Sympos. Mostar (1980), S. 23-33

R. BRICARD: Lecons de Cinematique, II (Gauthier-Villars, Paris) (1927), S. 316-318

S. KUNZE, H. STACHEL: Über ein sechsgliedriges räumliches Getriebe. Elem. Math. 29 (1974), S. 25-32



<< zurück vor >>
zur Übersicht

Abbildung 59: Screenshot von Modell Nr. 41 des räumlichen Kinematik-Kataloges

Die Modelle zur Raumkinematik

am Institut für Diskrete Mathematik und Geometrie

Sechshorn (#48)

Englische Bezeichnung:

Kinematisches Verhalten:

wackelig

Beschreibung:

Kartonmodell eines Sechshorns vom Typ I mit Wackeligkeit 2. Ordnung.

Hersteller:

unbekannt

Material:

Karton

Maße (h x b x t):

17.6 cm x 9.0 cm x 10.0 cm

Modellkatalognummer:

nicht katalogisiert

Inventarnummer:

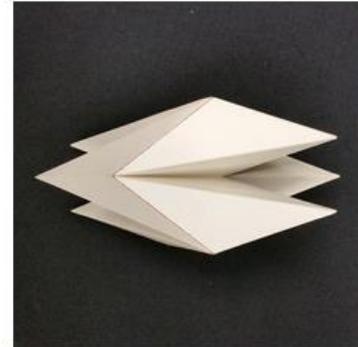
nicht inventarisiert

Ähnliche Modelle:

46, 47

Literatur:

W. WUNDERLICH, C. SCHWABE: Eine Familie von geschlossenen gleichflächigen Polyedern, die fast beweglich sind. Elem. Math. Vol. 41 (1986), S. 93 - 98



<< zurück vor >>
zur Übersicht

Abbildung 60: Screenshot von Modell Nr. 48 des räumlichen Kinematik-Kataloges

Die Modelle zur Raumkinematik

am Institut für Diskrete Mathematik und Geometrie

BRICARD'sches Oktaeder (#61)

Englische Bezeichnung:

BRICARD octahedron

Kinematisches Verhalten:

beweglich

Beschreibung:

Bewegliches Kartonmodell eines BRICARD'schen Oktaeders vom Typ I und III, also mit Symmetrieachse und zwei platten Grenzformen.

Hersteller:

unbekannt

Material:

Karton

Maße (h x b x t):

17.3 cm x 20.3 cm x 17.7 cm

Modellkatalognummer:

826

Inventarnummer:

nicht inventarisiert

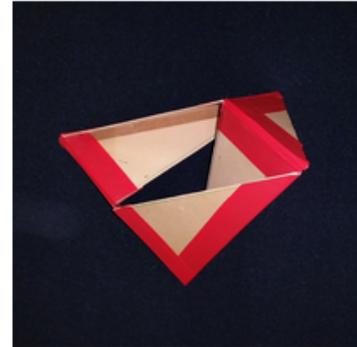
Ähnliche Modelle:

60, 61, 62, 63, 64, 65, 66, 70

Literatur:

W. WUNDERLICH: Starre, kippende, wackelige und bewegliche Achtfläche. Elem. Math. 20 (1965), S. 25-32

H. STACHEL: On the Flexibility and Symmetry of Overconstrained Mechanisms. Proc. Royal Society A 1-17 (2013), S. 5-7



<< zurück vor >>
zur Übersicht

Abbildung 61: Screenshot von Modell Nr. 61 des räumlichen Kinematik-Kataloges

Die Modelle zur Raumkinematik

am Institut für Diskrete Mathematik und Geometrie

Ikosaeder (#96)

Englische Bezeichnung:

icosahedron

Kinematisches Verhalten:

wackelig

Beschreibung:

Stabmodell eines wackeligen Ikosaeders.

Hersteller:

unbekannt

Material:

Strohhalme, Fäden

Maße (h x b x t):

8.5 cm x 16.7 cm x 13.0 cm

Modellkatalognummer:

839

Inventarnummer:

nicht inventarisiert

Ähnliche Modelle:

94, 95

Literatur:

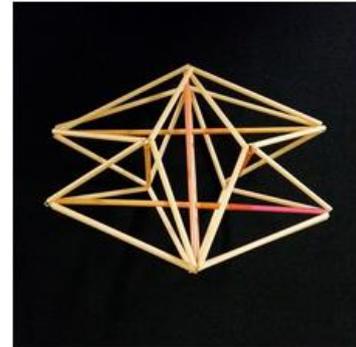
W. WUNDERLICH: Neue Wackelikosaeder.

Anz. österr. Akad. Wiss., Math.-Naturwiss. Kl.

117 (1980), S. 28–33

W. WUNDERLICH: Wackelikosaeder. Geom.

Dedicata 11 (1981), S. 137–146



<< zurück vor >>
zur Übersicht

Abbildung 62: Screenshot von Modell Nr. 96 des räumlichen Kinematik-Kataloges

Die Modelle zur Raumkinematik

am Institut für Diskrete Mathematik und Geometrie

Fünfseitiges Prisma (#99)

Englische Bezeichnung:

five-sided prism

Kinematisches Verhalten:

beweglich

Beschreibung:

Bewegliches Stabmodell, abgeleitet von einem regulären fünfseitigen Prisma.

Hersteller:

unbekannt

Material:

Strohhalme, Fäden

Maße (h x b x t):

11.0 cm x 26.0 cm x 26.0 cm

Modellkatalognummer:

851

Inventarnummer:

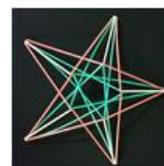
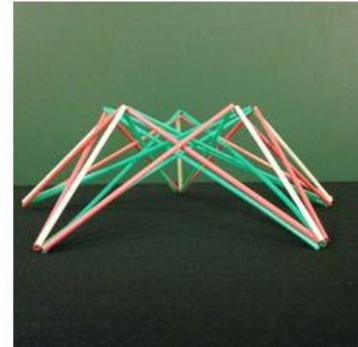
nicht inventarisiert

Ähnliche Modelle:

100

Literatur:

W. WUNDERLICH: Eine merkwürdige Familie von beweglichen Stabwerken. Elem. Math. 34 (1979), S. 132-137



<< zurück vor >>
zur Übersicht

Abbildung 63: Screenshot von Modell Nr. 99 des räumlichen Kinematik-Kataloges

Die Modelle zur Raumkinematik

am Institut für Diskrete Mathematik und Geometrie

HOBERMAN-Sphäre (#101)

Englische Bezeichnung:

HOBERMANs sphere

Kinematisches Verhalten:

beweglich

Beschreibung:

Bewegliches Stabmodell einer HOBERMAN-Sphäre.

Hersteller:

unbekannt

Material:

Kunststoff

Maße (h x b x t):

29.0 cm x 29.0 cm x 29.0 cm

Modellkatalognummer:

nicht katalogisiert

Inventarnummer:

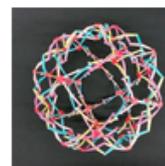
nicht inventarisiert

Ähnliche Modelle:

Literatur:

C. HOBERMAN: Reversibly expandable doubly-curved truss structure. US-Patent 4942700 (1990)

O. M. O'REILLY, P. C. VARADI: Hoberman's Sphere, Euler Parameters and Lagrange's Equations. Journal of Elasticity 56 (1999), S. 171-180



<< zurück vor >>
zur Übersicht

Abbildung 64: Screenshot von Modell Nr. 101 des räumlichen Kinematik-Kataloges

Die Modelle zur Raumkinematik

am Institut für Diskrete Mathematik und Geometrie

KOKOTSAKIS Netz (#105)

Englische Bezeichnung:

KOKOTSAKIS mesh

Kinematisches Verhalten:

beweglich

Beschreibung:

Bewegliches Metallmodell eines KOKOTSAKIS Netzes. Dabei handelt es sich um ein Gelenkvielfach zur Theorie der Biegung der Flächen. Dieses Modell besteht aus 9 ebenen Vierecken. Hierbei handelt es sich auch um eine diskrete Voss-Fläche, das bedeutet, dass gegenüberliegende Winkel, welche in einer Ecke zusammenstoßen gleich groß sind.

Hersteller:

unbekannt

Material:

Metall

Maße (h x b x t):

17.0 cm x 47.0 cm x 34.0 cm

Modellkatalognummer:

nicht katalogisiert

Inventarnummer:

2796b

Ähnliche Modelle:

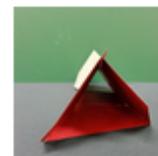
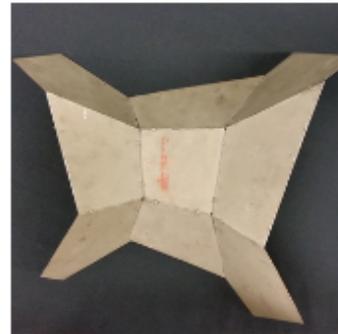
104, 106

Literatur:

A. KOKOTSAKIS: Über bewegliche Polyeder, Math. Ann. 107 (1932), S. 627–647

H. STACHEL: A kinematic approach to Kokotsakis meshes. Comput. Aided Geom. Des. 27 (2010), S. 428–437

I. IZMESTIEV: Classification of flexible Kokotsakis polyhedra with quadrangular base, Int. Math. Res. Not. IMRN 2017, no. 3, S. 715–808



<< zurück vor >>
zur Übersicht

Abbildung 65: Screenshot von Modell Nr. 105 des räumlichen Kinematik-Kataloges

Die Modelle zur Raumkinematik

am Institut für Diskrete Mathematik und Geometrie

RADON-THOMAS' Netz (#107)

Englische Bezeichnung:

RADON-THOMAS' Net Model of a deformable surface of constant negative Gaussian curvature

Kinematisches Verhalten:

beweglich

Beschreibung:

Bewegliches Metallmodell einer Fläche mit konstanter negativer Gaußkrümmung. Alle Kanten haben die gleiche Länge und Torsion, sodass alle diskreten Parameterlinien Kurven konstanter Torsion sind. Das Modell kann auch als eine Komposition von identen BENNETT-Isogrammen (mit gleichlangen Seiten und gleich großen Schränkewinkeln) angesehen werden.

Hersteller:

Karl Wanka

Material:

Metall

Maße (h x b x t):

15.0 cm x 51.0 cm x 31.0 cm

Modellkatalognummer:

nicht katalogisiert

Inventarnummer:

nicht inventarisiert

Ähnliche Modelle:

14, 26

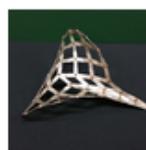
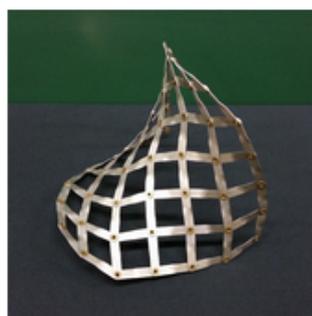
Literatur:

W. WUNDERLICH: Zur Differenzengeometrie der Flächen konstanter negativer Krümmung.

Sitzungsber., Abt. II, österr. Akad. Wiss., Math.-Naturw. Kl. 160 (1951), S. 39-77

R. SAUER: Parallelogrammgitter als Modelle pseudosphärischer Flächen. Mathematische Zeitschrift, Volume 52, Issue 1 (1950), S. 611-622

G. T. BENNETT: The Skew Isogram Mechansim. Proc. of London Math. Society (1914) ,S. 151-173



[<< zurück](#)
[zur Übersicht](#)

Abbildung 66: Screenshot von Modell Nr. 107 des räumlichen Kinematik-Kataloges

Außerdem existiert noch eine Dokumentationsseite (Abb. 67), welche die Handhabung des Kataloges erklärt.



Institute of Discrete Mathematics and Geometry
Differential Geometry and Geometric Structures



[Main Page](#) | [Sammlung kinematischer Modelle](#) | [Onlinekatalog der Raumkinematik](#) | [Dokumentation](#)

Die Modelle zur Raumkinematik

am Institut für Diskrete Mathematik und Geometrie

Dokumentation des Onlinekatalogs der Raumkinematik

In der linken Spalte befindet sich eine Suchoption die es erlaubt den Onlinekatalog nach Stichwörtern zu durchsuchen. Wenn man ein Modell des Suchergebnisses auswählt, so werden die Modelldetails wie folgt ausgegeben. Dazu sei bemerkt, dass sich rechts oben stets ein Modellfoto befindet und rechts unten zwei weitere Fotos desselben Modells vorhanden sind. Durch Anklicken der Fotos werden diese in Originalgröße angezeigt.

Unterhalb der zusätzlichen zwei Fotos kann mit [zurück](#) und [vor](#) auf das vorherige bzw. nachfolgende Suchergebnis geblättert werden. Auf das gesamte Suchergebnis kommt man mittels Klick auf [zur Übersicht](#).

Modellname (#Onlinekatalognummer)

Englische Bezeichnung:
English name of the model

Kinematisches Verhalten:
Hier wird notiert ob es sich um ein starres, kippendes, wackeliges oder bewegliches Modell handelt

Beschreibung:
Kurzbeschreibung des Modells

Hersteller:
Name des Herstellers

Material:
Material(ien) des Modells

Maße (h x b x t):
Höhe, Breite und Tiefe des Modells, wobei für bewegliche Modelle jeweils die während der Bewegung auftretenden Maximalwerte angegeben sind

Modellkatalognummer:
Nummer des Modells im Modellkatalog

Inventarnummer:
Inventarnummer des Instituts

Ähnliche Modelle:
Hier werden die Nummern von kinematisch ähnlichen Modellen im Onlinekatalog gelistet

Literatur:
Literaturverweis(e) ohne Anspruch auf Vollständigkeit







[<< zurück](#) [vor >>](#)
[zur Übersicht](#)

Abbildung 67: Screenshot der Dokumentation des räumlichen Kataloges

5. Conclusio

Die Arbeit mit den Modellen war zeitweise sehr mühsam, allerdings haben wir uns mit besonders vielen Aspekten der Kinematik und vielen verschiedenen und durchaus interessanten Forscherinnen und Forschern aus diesem Gebiet beschäftigt.

Außerdem haben wir das Gefühl, etwas erschaffen zu haben, das am Institut für Diskrete Mathematik und Geometrie der TU Wien und vielleicht sogar darüber hinaus wirklich Verwendung finden kann. Wir haben bereits von mehreren Seiten eine positive Rückmeldung bekommen. Außerdem waren einige Institutsangehörige über die Vielfalt der Modelle überrascht, da sie manche davon noch nie gesehen hatten.

Alles in allem war es eine sehr zeitaufwändige aber durchaus spannende Diplomarbeit.

6. Abbildungsverzeichnis

Abbildung 1: Das Vierhorn (Modell Nr. 46 aus dem räumlichen Katalog).....	7
Abbildung 2: Ein merkwürdiges Zwölfstabgetriebe (Modell Nr. 69 aus dem ebenen Katalog).....	7
Abbildung 3: Screenshot der Homepage der Sammlung mathematischer Modelle...	9
Abbildung 4: Screenshot der Homepage der Geschichte der Sammlung mathematischer Modelle	9
Abbildung 5: Screenshot der ersten Seite der mathematischen Modelle	10
Abbildung 6: Screenshot des Modells „Rotationsfläche einer kubischen Parabel“ ...	10
Abbildung 7: links: Modellkataloge I-III, rechts: Detailansicht von Nr. 809 aus dem Modellkatalog III (Modell Nr. 112 im ebenen Katalog).....	11
Abbildung 8: Bruchstelle des Modells zur Darstellung der affinen Transformation in der Ebene (Modell Nr. 119 im ebenen Katalog)	15
Abbildung 9: erneute Bruchstelle des Modells zur Darstellung der affinen Transformation in der Ebene.....	15
Abbildung 10: Aufbewahrung der ebenen, kinematischen Modelle im Sozialraum...	16
Abbildung 11: Aufbewahrung der räumlichen, kinematischen Modelle im Zeichensaal 1	16
Abbildung 12: Die Seiten der Modelle Nr. 215 bzw. 846 aus den Modellkatalogen I-III (Modell Nr. 10 (links) bzw. 73 (rechts) des räumlichen Kataloges) als Vergleich der unterschiedlichen Informationsmenge zu den einzelnen Objekten	17
Abbildung 13: Inventarlisten des Instituts	17
Abbildung 14: Seitenansicht einer der Inventarlisten	18
Abbildung 15: Detailansicht einer Seite der Inventarlisten. Bei Nummer 2796 a bzw. b handelt es sich um die Kokotsakis-Netze (Modell Nr. 104 bzw. 105 im räumlichen Katalog)	18
Abbildung 16: Seitenansicht einer der Inventarlisten.....	19
Abbildung 17: Overheadmodell des Wippkran-Mechanismus (Modell Nr. 55 im ebenen Katalog).....	19
Abbildung 18: Ebene Parallelmechanismen (Modelle Nr. 91-94 im ebenen Katalog). Beweglichkeit von links nach rechts: starr, kippend, wackelig, beweglich.....	20
Abbildung 19: Bipartite Stabwerke (links: Modell Nr. 97, rechts: Modell Nr. 98 des räumlichen Kataloges)	21
Abbildung 20: Siamesische Doppelpyramiden (links: trigonal (Modell Nr. 52), mittig: pentagonal (Modell Nr. 53) und rechts siamesischer Doppelkegel (Modell Nr. 54) (alle im räumlichen Katalog).....	21
Abbildung 21: Dodekaeder (links: Modell Nr. 73, rechts: Modell Nr. 91 des räumlichen Kataloges)	22
Abbildung 22: Skizze eines der Doppelkegel inklusive der in der Rechnung verwendeten Größen	22
Abbildung 23: Screenshot der Berechnung des siamesischen Doppelkegels in Maple (Teil 1).....	23
Abbildung 24: Screenshot der Berechnung des siamesischen Doppelkegels in Maple (Teil 2).....	24
Abbildung 25: Oberansicht des siamesischen Doppelkegels in den drei errechneten Lagen	25

Abbildung 26: Screenshot von Modell Nr. 27 des ebenen Kinematik-Kataloges	26
Abbildung 27: Screenshot von Modell Nr. 48 des ebenen Kinematik-Kataloges	27
Abbildung 28: Screenshot von Modell Nr. 34 des ebenen Kinematik-Kataloges	27
Abbildung 29: Fotohintergrund für räumliche Modelle	28
Abbildung 30: Aufbau für die Fotografie von Modellen mit Acrylglasbestandteilen...	29
Abbildung 31: Fotografieren von Modellen mit Acrylglasbestandteilen.....	29
Abbildung 32: Vergleich: Overheadmodell mit und ohne Blitz fotografiert (Modell Nr. 54 ebener Katalog).....	30
Abbildung 33: Fotografieren von großen Objekten (Modell Nr. 37 im ebenen Katalog)	30
Abbildung 34: Der Hintergrund für große dreidimensionale Objekte (Modell Nr. 122 im ebenen Katalog)	30
Abbildung 35: Improvisiertes Stativ für das Fotografieren der Getriebeschaukasten-Modelle	31
Abbildung 36: Angenäherte Geradföhrung nach Tschebyscheff, links: Modell Nr. 1 im ebenen Katalog, rechts: dazupassender Plan von Hand mit Tusche gefertigt .	32
Abbildung 37: Getriebeschaukasten.....	32
Abbildung 38: Modell Nr. 49 des räumlichen Kinematik-Kataloges	33
Abbildung 39: Radon-Thomas' Netze (links: Modell Nr. 14, rechts: Modell Nr. 107)	34
Abbildung 40: Screenshot der Homepage der kinematischen Sammlung.....	35
Abbildung 41: Screenshot von Modell Nr. 3 des ebenen Kinematik-Kataloges	36
Abbildung 42: Screenshot von Modell Nr. 31 des ebenen Kinematik-Kataloges	37
Abbildung 43: Screenshot von Modell Nr. 42 des ebenen Kinematik-Kataloges	38
Abbildung 44: Screenshot von Modell Nr. 58 des ebenen Kinematik-Kataloges	39
Abbildung 45: Screenshot von Modell Nr. 71 des ebenen Kinematik-Kataloges	40
Abbildung 46: Screenshot von Modell Nr. 78 des ebenen Kinematik-Kataloges	41
Abbildung 47: Screenshot von Modell Nr. 80 des ebenen Kinematik-Kataloges	42
Abbildung 48: Screenshot von Modell Nr. 82 des ebenen Kinematik-Kataloges	43
Abbildung 49: Screenshot von Modell Nr. 89 des ebenen Kinematik-Kataloges	44
Abbildung 50: Screenshot von Modell Nr. 115 des ebenen Kinematik-Kataloges	45
Abbildung 51: Screenshot von Modell Nr. 118 des ebenen Kinematik-Kataloges	46
Abbildung 52: Screenshot von Modell Nr. 121 des ebenen Kinematik-Kataloges	47
Abbildung 53: Screenshot der Dokumentation des ebenen Kataloges.....	48
Abbildung 54: Screenshot von Modell Nr. 1 des räumlichen Kinematik-Kataloges...	50
Abbildung 55: Screenshot von Modell Nr. 2 des räumlichen Kinematik-Kataloges...	51
Abbildung 56: Screenshot von Modell Nr. 13 des räumlichen Kinematik-Kataloges.	52
Abbildung 57: Screenshot von Modell Nr. 17 des räumlichen Kinematik-Kataloges.	53
Abbildung 58: Screenshot von Modell Nr. 24 des räumlichen Kinematik-Kataloges.	54
Abbildung 59: Screenshot von Modell Nr. 41 des räumlichen Kinematik-Kataloges.	55
Abbildung 60: Screenshot von Modell Nr. 48 des räumlichen Kinematik-Kataloges.	56
Abbildung 61: Screenshot von Modell Nr. 61 des räumlichen Kinematik-Kataloges.	57
Abbildung 62: Screenshot von Modell Nr. 96 des räumlichen Kinematik-Kataloges.	58
Abbildung 63: Screenshot von Modell Nr. 99 des räumlichen Kinematik-Kataloges.	59
Abbildung 64: Screenshot von Modell Nr. 101 des räumlichen Kinematik-Kataloges	60
Abbildung 65: Screenshot von Modell Nr. 105 des räumlichen Kinematik-Kataloges	61
Abbildung 66: Screenshot von Modell Nr. 107 des räumlichen Kinematik-Kataloges	62
Abbildung 67: Screenshot der Dokumentation des räumlichen Kataloges	63

7. Quellenverzeichnis

Goldberg M. (1978): Unstable polyhedral structures. Math. Magaz. 51, S. 165-170

Gorkavyy V., Fesenko I. (2019): On the model flexibility of Siamese dipyramids. J. Geom 110, Heft 1, Artikel 7

Graver J., Servatius B., Servatius H. (1993): Combinatorial Rigidity. Graduate Studies in Mathematics Vol. 2, American Mathematical Society, Providence

Stachel H. (1995): W. WUNDERLICHs Beiträge zur Wackeligkeit. Technical Report Nr. 22, Institut für Geometrie, TU Wien

Stachel H. (2010): The Influence of Geometry on the Rigidity or Flexibility of Structures. Proc. IWSSIP 2010 - 17th Internat. Conf. on Systems, Signals and Image Processing, June 2010, Rio de Janeiro/Brazil, (ISBN 978-85-228-0565-5), S. 24-29

Stachel H. (2018): Vortragsfolien: "Between Rigidity and Flexibility". Workshop on "Rigidity and Flexibility of Geometric Structures", Sept. 24–28, 2018 Erwin Schrödinger International Institute for Mathematics and Physics, Wien

Wunderlich W. (1970): Ebene Kinematik. (Hochschultaschenbuch 447/447a), Bibliograph. Inst. Mannheim, Mannheim

Inventarlisten des Instituts für Diskrete Mathematik und Geometrie der Technischen Universität

Modellkataloge I, II und III von Wilhelm Fuhs et al. im Auftrag von Walter Wunderlich erstellt

Digitales Archiv der Arbeiten von Walter Wunderlich: <http://sodwana.uni-ak.ac.at/geom/mitarbeiter/wallner/wunderlich/>