

Das Gleichlauf-Kugelgelenk – ein Beispiel zum anwendungsorientierten Unterricht in Darstellender Geometrie

Hellmuth Stachel, Institut für Geometrie, TU Wien

Gleichlauf-Kugelgelenke gehören heute zur Standardausstattung der PKWs (Abb. 8), denn sie ermöglichen zum Unterschied von Kardan-Gelenken eine gleichförmige Bewegungsübertragung. Ein Verständnis ihrer Wirkungsweise setzt allerdings gute Kenntnisse der Raumgeometrie voraus. Deshalb bieten Gleichlauf-Kugelgelenke ein interessantes Beispiel, um Studenten des Maschinenbaues von der Nützlichkeit darstellend-geometrischer Kenntnisse zu überzeugen. Die folgenden Ausführungen sollen zeigen, wie man interessierte Hörer, die mit Seitenrissen umgehen können, in verständlicher Weise an dieses Thema heranführen kann.

1 Das Kreuzgelenk (Kardan-Gelenk)

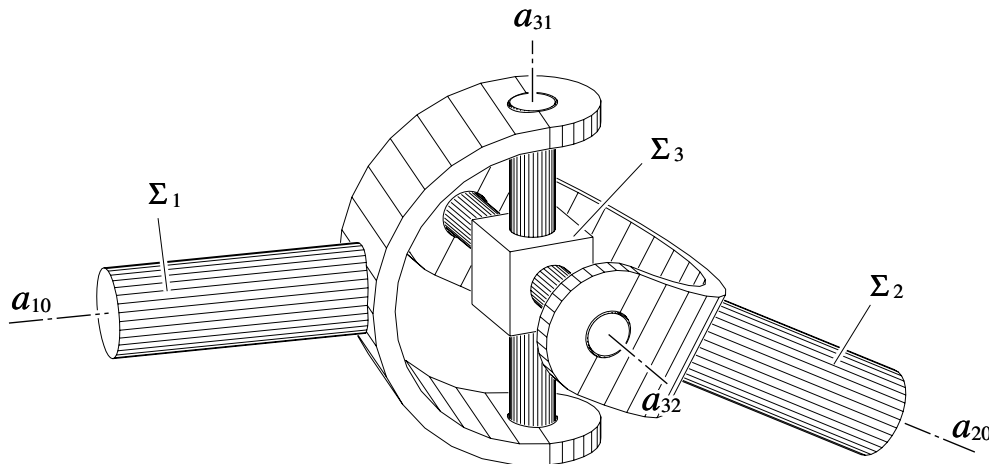


Abbildung 1: Kreuzgelenk

Die Drehung einer Welle im System Σ_1 um die Achse a_{10} mit der Winkelgeschwindigkeit ω_{10} wird mittels eines kreuzförmigen Zwischenstücks (System Σ_3) auf die Drehung von Σ_2 um a_{20} mit der Winkelgeschwindigkeit ω_{20} übertragen. Dabei ist Σ_3 mittels zweier orthogonal schneidender Drehachsen a_{31} bzw. a_{32} mit Σ_1 bzw. Σ_2 verbunden (vgl. [1]). Es gilt stets

$$a_{10} \perp a_{31} \perp a_{32} \perp a_{20}. \quad (1)$$

Bei $\beta := \sphericalangle a_{10}a_{20} \neq 0^\circ$ ist die *Bewegungsübertragung mittels eines Kreuzgelenkes ungleichförmig*, denn für entsprechende Drehwinkel φ_{10} von Σ_1/Σ_0 und φ_{20} von Σ_2/Σ_0 gilt die Gleichung

$$\tan \varphi_{20} = \frac{1}{\cos \beta} \tan \varphi_{10}, \quad (2)$$

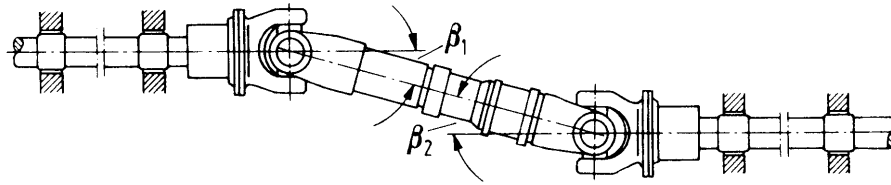


Abbildung 2: Bei $\beta_2 = \beta_1$ (Z-Anordnung) Aufhebung der Ungleichförmigkeit

vorausgesetzt, in der Ausgangsposition $\varphi_{10} = \varphi_{20} = 0$ liegt die Achse a_{31} in der von a_{10} und a_{20} aufgespannten Ebene, während die Achse a_{32} normal dazu ist.

Die Ungleichförmigkeit der Bewegungsübertragung läßt sich aufheben durch die Hintereinanderschaltung von zwei Kreuzgelenken mit gleichen Biegewinkeln ($\beta_1 = \beta_2$), was ja noch nicht die Parallelität der Antriebs- und Antriebsachsen impliziert. Allerdings ist dabei darauf zu achten, daß bei beiden Gelenken die vorhin genannte Anfangsbedingung erfüllt ist.

Beispiel: GEGEBEN: Drehachsen $a_{10}, a_{20} \parallel \pi_2$ sowie die Ausgangslage OA^0B^0 des kreuzförmigen Zwischenstücks (siehe Abb. 3). Bei $\beta = 38^\circ$ sei der Antriebswinkel $\varphi_{10} = 30^\circ$. GESUCHT: Zugehöriger Abtriebswinkel φ_{20} und Begründung für die Gleichung (2).

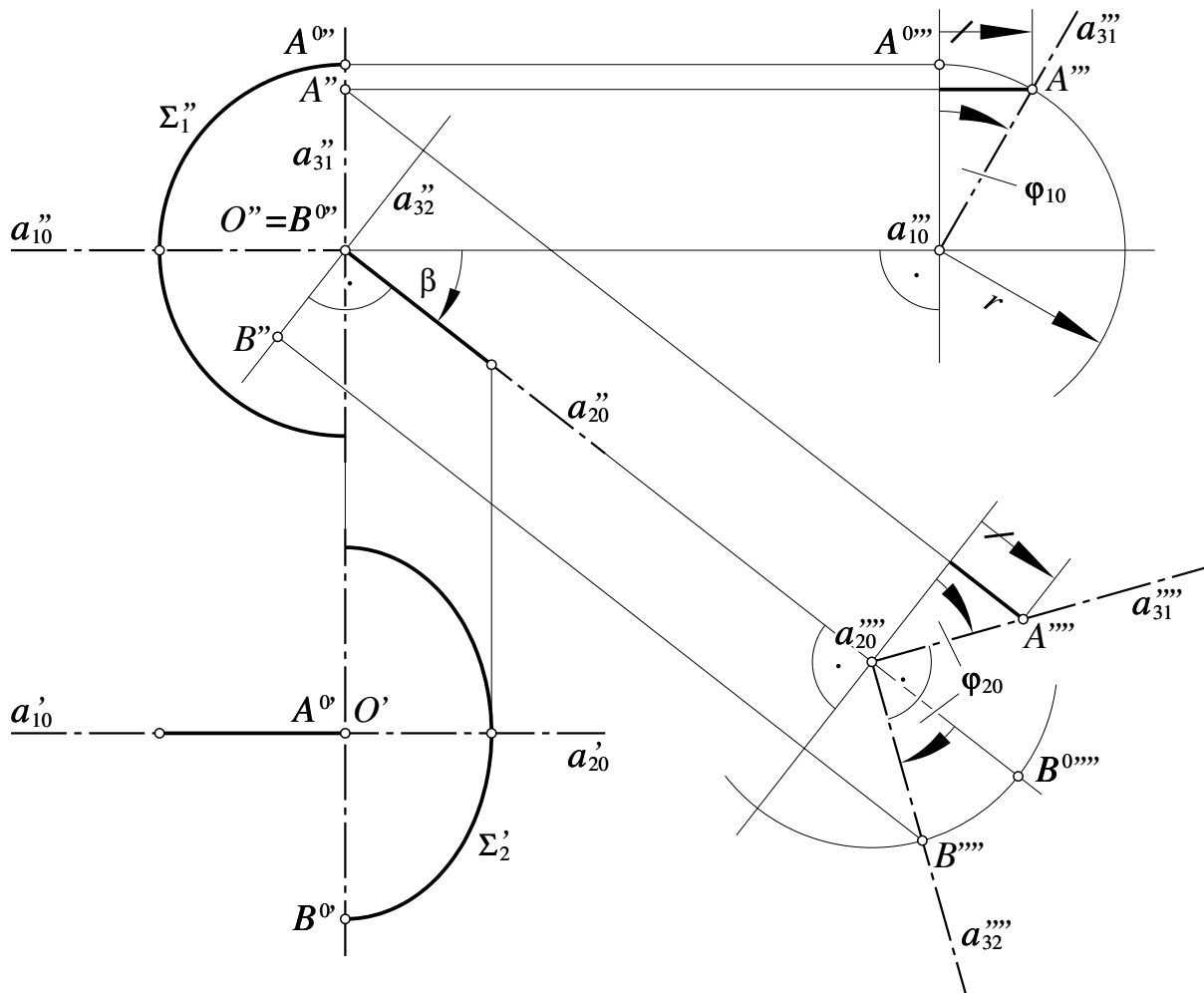


Abbildung 3: Herleitung der Übertragungsfunktion (2) mittels Seitenrissen

Im dritten Riß (Kreuzriß) ist a_{10} projizierend, daher der Antriebswinkel φ_{10} unverzerrt. Im vierten Riß (Seitenriß zum Aufriß) mit projizierendem a_{20} erscheint der Abtriebswinkel φ_{20} unverzerrt. a_{32} ist stets parallel zur Seitenrißebene, also eine vierte Hauptgerade. Nach dem *Satz vom rechten Winkel* gilt $a_{31}''' \perp a_{32}'''$. Zur Konstruktion verwenden wir die Punkte $A \in a_{31}$ und $B \in a_{32}$ im Abstand r vom Achsenschnittpunkt O . Die Ausgangslagen dieser Punkte sind mit A^0 bzw. B^0 bezeichnet.

Die Formel (2) folgt nun wegen der im Kreuzriß und Seitenriß auftretenden gleichen Abstände — gemäß der *Seitenrißregel*.

Beim Kardan-Gelenk mit ortsfesten Achsen a_{10} und a_{20} und dem kreuzförmigen Zwischenstück OAB laufen wegen $\overline{OA} = \overline{OB} = r$ die Punkte A und B auf Großkreisen (strichpunktiert in Abb. 4) der in O zentrierten Kugel vom Radius r . Wegen $\overline{AB} = r\sqrt{2}$ bzw. $\sphericalangle AOB = 90^\circ$ vollführt der Großkreisbogen $AB \subset \Sigma_3$ gegenüber Σ_0 eine *sphärische Doppelschieberbewegung*.

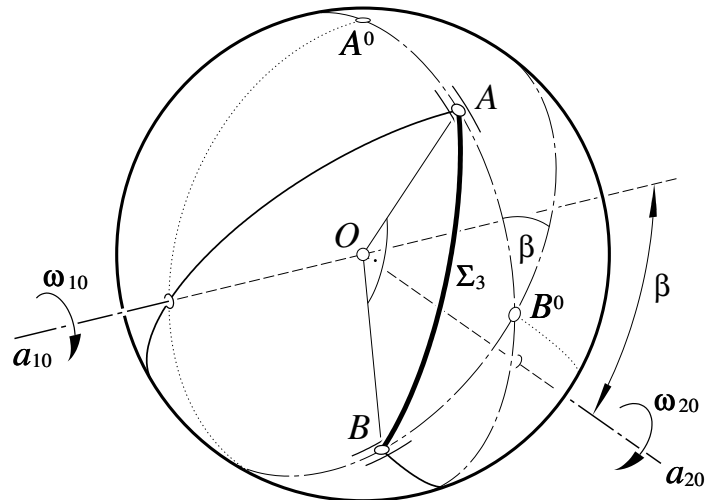


Abbildung 4: Die Bewegung Σ_3/Σ_0 als sphärischer Doppelschieber

2 Das Gleichlauf-Kugelgelenk

Wie ließe sich eine gleichförmige Bewegungsübertragung erreichen, also zu jedem Zeitpunkt $\varphi_{20} = \varphi_{10}$?

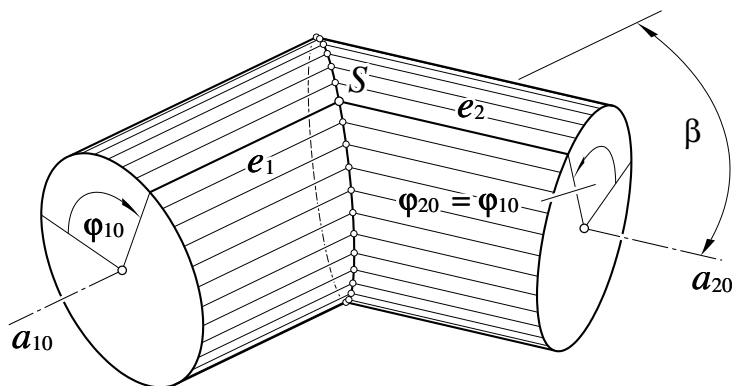


Abbildung 5: Gleichlaufbedingung

Es seien a_{10} und a_{20} die Achsen von Drehzylindern mit demselben Radius r . Auf diesen Zylindern wählen wir Erzeugende e_1 bzw. e_2 , deren Ausgangslagen der Verbindungsebene $[a_{10}a_{20}]$ angehören. Bei einer gleichförmigen Übertragung müßten sich zu jedem Zeitpunkt die Drehlagen von e_1 und e_2 in einem Punkt S der Symmetrieebene (*Gleichlaufebene*) σ schneiden.

Dieser Schnittpunkt S durchläuft einen ebenen Drehzylinderschnitt, also eine Ellipse in σ . Der

Punkt S ist damit bei $\beta \neq 0$ weder in Σ_1 fest, noch in Σ_2 . Es gibt auch kein System, dem diese Schnittpunkte gemeinsam angehören, denn ihre gegenseitigen Distanzen ändern sich im Laufe der Drehung (vgl. Seitenriß in Abb. 6).

Die *Gleichlaufbedingung* $S \in \sigma$ läßt sich auch so formulieren, daß die Schnittgerade $[OS]$ entsprechender Meridianebenen $\mu_1 = [a_{10}e_1]$ und $\mu_2 = [a_{20}e_2]$ stets in der Gleichlafebene σ liegt. Beim Gleichlauf-Kugelgelenk (siehe Abb. 7, vgl. [2]) wird dies durch (sechs) Kugeln realisiert, deren Mitten in der Gleichlafebene σ bleiben und auch den Abstand ρ von O beibehalten. Die Kugelmitten laufen also auf einem in O zentrierten Kreis mit dem Radius ρ in der Ebene σ . Diese Position wird durch einen *Kugelkäfig* Σ_3 gesichert. Abb. 7 zeigt diesen Kugelkäfig mit einem Viertelschnitt.

Die Kugelmitten sind gegenüber Σ_1 auf Kreisen um O in Ebenen μ_1 durch a_{10} beweglich. Dies wird durch Längsrillen im Endstück von Σ_1 bewirkt. Das Endstück von Σ_2 ist als Hohlkugel ausführt, die auf der Innenseite Längsrillen aufweist. Dies hat zur Folge, daß die Kugelmitten gegenüber Σ_2 analog in Meridianebenen μ_2 durch a_{20} geführt werden. Abb. 7 zeigt die Hohlkugel im Halbschnitt. Die Längsrillen werden von Torusflächen berandet.

Die Kugelmitten laufen allerdings *nicht gleichförmig* auf dem Kreis vom Radius ρ in σ . Dies ist anhand eines Seitenrisses in Abb. 6 erkennbar, in welchem vier der Kugelmitten in einer Zwischenlage eingezeichnet sind. Die Abstände zwischen je zwei aufeinanderfolgenden Kugelmitten sind offensichtlich verschieden. Deshalb muß der Kugelkäfig in Σ_3 längliche Führungen aufweisen. Dies ist im Aufriß von Abb. 7 bei der vordersten Kugel deutlich erkennbar.

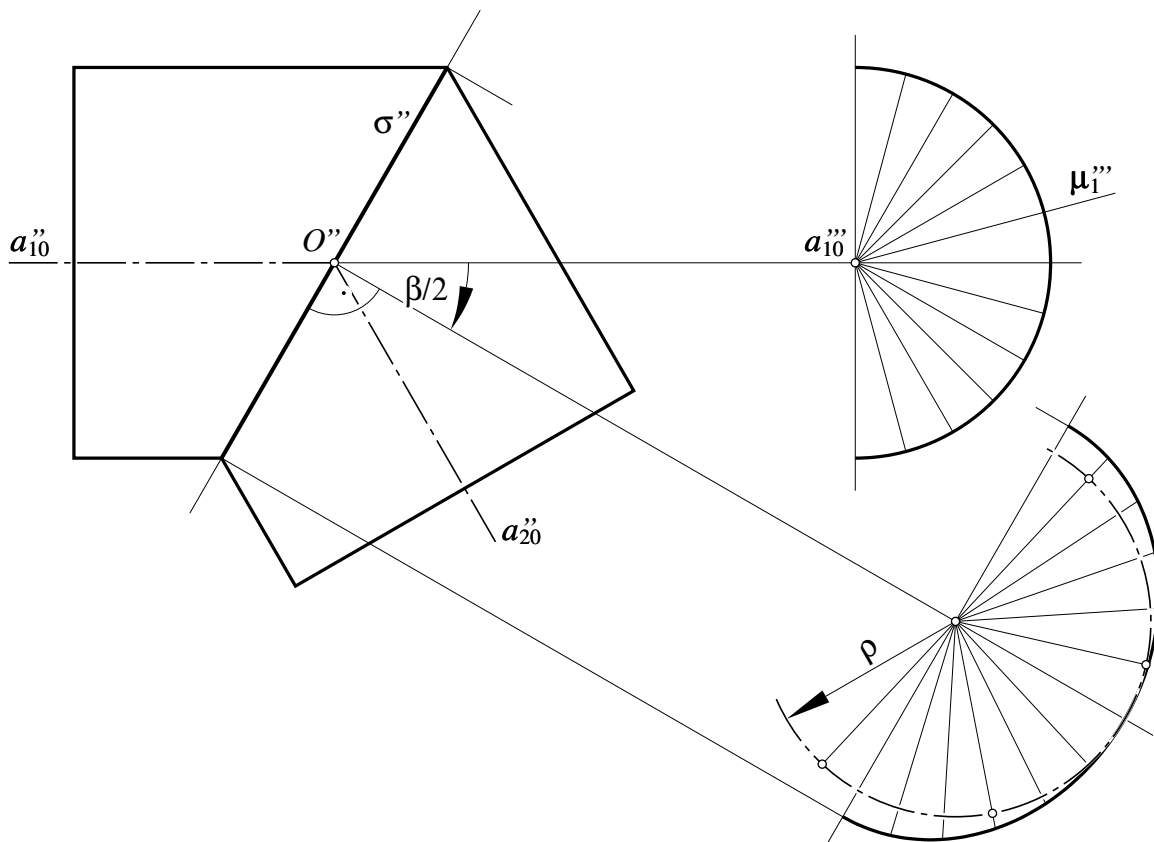


Abbildung 6: Kugelmitten in σ

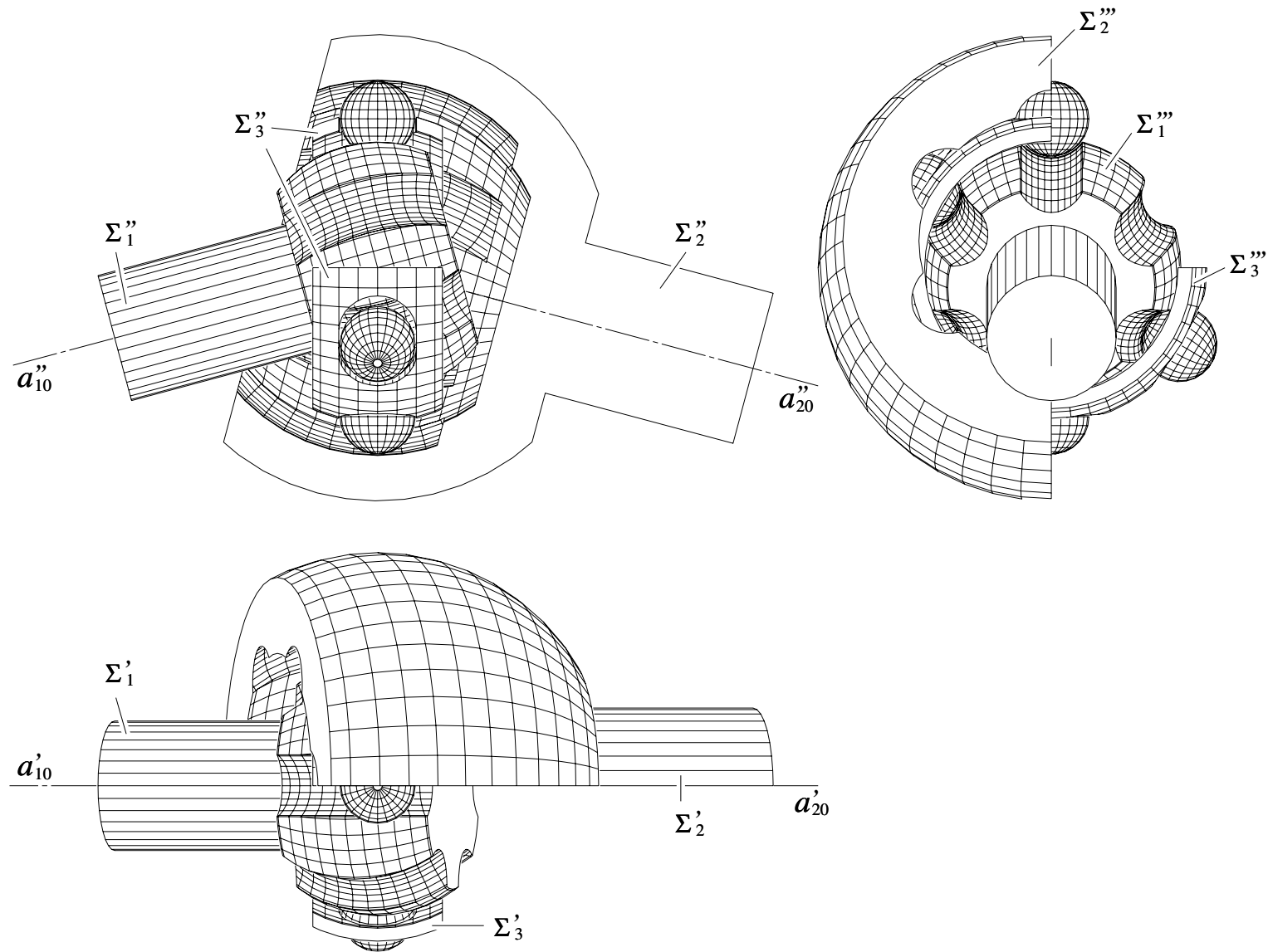


Abbildung 7: Bauteile eines Gleichlaufgelenkes (dargestellt mit Hilfe der 3D-Modellierungssoftware CAD-3D)

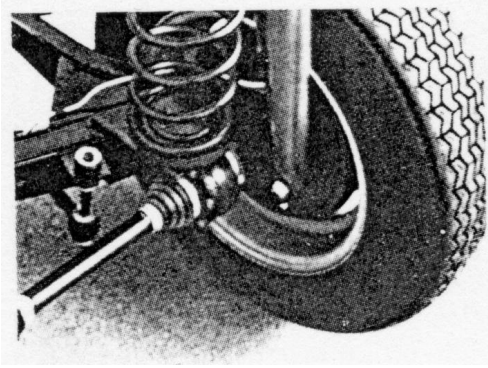


Abbildung 8: Gleichlauf-Kugelgelenke gehören heute zur Standardausstattung der PKWs.

Literatur

- [1] *DUBBEL – Taschenbuch für den Maschinenbau*. 14. Aufl., Springer-Verlag, Berlin 1981, S. 409.
- [2] K. H. SCHÜTZ: *Gleichlauf-Kugelgelenke für den Kraftfahrzeugantrieb*. *Antriebstechnik* **10**, 437–440 (1971).

Hellmuth Stachel
Institut für Geometrie
Technische Universität Wien
Wiedner Hauptstraße 8-10/113
A 1040 Wien